Baccalauréat F-BT

Édition 2025

MATHEMATIQUES

L' incontournable pour la préparation
de l'épreuve de mathématiques au Baccalauréat F-BT

KAM TSEMO Patrick Noël

PLEG – Mathématiques

EPIGRAPHE

« *Dans tous les domaines, il ne faut pas oublier que la graine de l'arbre de la science et de la connaissance c'est l'Afrique qui l'a plantée, c'est l'Afrique qui l'a arrosée, c'est l'Afrique qui a fait qu'elle a porté tant de fruits.* »

KALALA OMOTUNDE

« *Il n'y a qu'un seul salut, c'est la connaissance. Formez-vous, armez-vous de sciences jusqu'au dents.* »

CHEIKH ANTA DIOP

« *Il est nécessaire et utile de connaitre son histoire, l'évolution culturelle de son peuple, dans le temps et dans l'espace, pour mieux saisir et comprendre le progrès incessant de l'humanité, y contribuer aussi, en toute lucidité et responsabilité.* »

THÉOPHILE OBENGA

PREFACE

Et ouvrage s'adresse à tous les apprenants de la classe de

INTRODUCTION

CE

Pour plus d'informations :

YAOUNDE / CAMEROUN
+237 6 96 44 59 86 – +237 6 73 41 46 35
Email : kamtsemo@gmail.com

Sommaire

Chapitre 1 Sujets des séries F de 2010 à 2024 1

1 Sujets séries F Session 2010 1
2 Sujets séries F Session 2011 2
3 Sujets séries F Session 2012 3
4 Sujets séries F Session 2013 4
5 Sujets séries F Session 2014 6
6 Sujets séries F Session 2015 7
7 Sujets séries F Session 2016 8
8 Sujets séries F Session 2017 9
9 Sujets séries F Session 2018 10
10 Sujets séries F Session 2019 12
11 Sujets séries F Session 2020 13
12 Sujets séries F Session 2021 14
13 Sujets séries F Session 2022 15
14 Sujets séries F Session 2023 16
15 Sujets séries F Session 2024 17

Chapitre 2 Sujets des BT industriels sauf IH de 2010 à 2024 19

1 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2010 19
2 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2011 20
3 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2012 21
4 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2013 22
5 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2014 23
6 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2015 24
7 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2016 25
8 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2017 26
9 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2018 27
10 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2019 29
11 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2020 30
12 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2021 31
13 Sujets de BT industriels sauf IH Session 2022 32

14 **Sujets de BT industriels sauf IH Session 2023** **34**
15 **Sujets de BT industriels sauf IH Session 2024** **35**

Sujets des séries F de 2010 à 2024

Chapitre 1

1 – Sujets séries F Session 2010

Exercice 1.

Soient (U_n) et (V_n) les suites définies par : $\begin{cases} U_0 = 9 \\ U_{n+1} := \frac{1}{2}U_n + 3, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$, $V_n := U_n - 6$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

1 **a.** Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b. Soit n un entier naturel, exprimer V_n, puis U_n en fonction de n.

2 On définit la suite (W_n) par : $W_n := ln(V_n)$

a. Démontrer que (W_n) est une suite arithmétique que l'on caractérisera.

b. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer la somme $S'_n := \sum_{k=0}^{n} W_k$.

3 Soit $n \in \mathbb{N}$ et le produit $P_n := \prod_{k=0}^{n} V_k := V_0 \times V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$.

a. Montrer que $S'_n = ln(P_n)$.

b. En déduire la limite de P_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{e_1}, \vec{e_2})$. On donne le point $A(3; 2)$ et la droite (Δ) d'équation $x = 9$.

1 Placer le point A et construire la droite (Δ) dans le repère $(O; \vec{e_1}, \vec{e_2})$.

2 Soit $M(x; y)$ et H le projeté orthogonal de M sur la droite (Δ).

a. Calculer les distances MA et MH.

b. Donner l'équation cartésienne réduite de l'ensemble (Γ) des points $M(x; y)$ du plan tels que : $2MA = MH$.

3 Montrer que (Γ) est une conique dont on donnera la nature et les éléments caractéristiques. (excentricité, un foyer et la directrice associée.)

4 Déterminer les sommets de (Γ) et tracer (Γ).

Problème 1.

Partie A :

Dans un pays Africain, l'indice de production industrielle calculer à la fin de chaque année, a évolué comme suit au cours de cinq années consécutives.

Année X_i	1	2	3	4	5
Indice Y_i	248	228	201	208	174

1 Construire le nuage de points associés à cette série statistique.

2 Calculer l'indice moyen $\overline{Y}$ obtenu en cinq ans.

3 Calculer le coefficient de corrélation linéaire et dire si l'ajustement linéaire est justifié.

4 Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de Y en X.

Partie B :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}; \vec{j})$. L'unité graphique est 2 cm.
On considère les fonctions f et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies respectivement par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{lnx}{1 + lnx} \text{ Si } x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} g(x) = \dfrac{-1}{1 + lnx} \text{ Si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

Soit (C_f) la courbe représentative de f et (C_g) celle de g.

1 Déterminer les ensembles de définitions de f et de g.

2 Étudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

3 Étudier les variations de f et résumer sur un tableau de variation.

4 **a.** Déterminer le point d'intersection A de (C_f) avec l'axe des abscisses, puis écrire une équation cartésienne de la tangente à (C_f) en A.

b. Construire (C_f) avec soin dans l'intervalle $]e^{-1}; +\infty[$.

5 Montrer que pour tout réel positif ou nul et différent de e^{-1}, $f(x) - g(x)$ est une constante que l'on déterminera.

6 Construire (C_g) sur $]e^{-1}; +\infty[$.

7 Déterminer en cm^2, l'aire de la portion du plan limitée par les courbes (C_f) et (C_g) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

2 – Sujets séries F Session 2011

Exercice 1.

1 Transformer le produit $g(x) := \sin 2x . \sin 3x$ en somme.

2 Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)dx$.

Exercice 2.

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation bicarré $z^4 - 4z^2 + 16 = 0$.

2 Déterminer le module et un argument de chacune des solutions trouvées.

Problème 1.

Partie A :

g est la fonction d'une variable réelle définie par le tableau ci-après :

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	‖	$-$ -1	‖	$+\infty$ $+$		$-$	‖	$+$		$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	-3	$\nearrow$	-2

1 Déterminer le domaine de définition de g.

2 Déterminer le domaine de définition de g', fonction dérivée de g.

3 Déterminer l'équation des tangentes et des demi-tangente à la courbe (C_g) de g, que le tableau de variation ci-dessus permet de trouver.

4 Déterminer les équations des asymptotes à (C_g) que le tableau de variation ci-dessus permet de trouver.

Partie B :

f est la fonction numérique d'une variable réelle définie par : $f(x) := \begin{cases} xlnx - 1 \text{ si } x > 0 \\ -1 \text{ si } x = 0 \end{cases}$.

1 Déterminer l'ensemble de définition de f.

2 Étudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

3 Étudier les variations de f.

4 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 entre 1 et 2.

5 Tracer la courbe (C_f) de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On précisera graphiquement la tangente à la courbe (C_f) en 0.

6 **a.** Calculer l'aire $A(\lambda)$ du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \lambda$ $(0 < \lambda < 1)$.

b. En déduire la limite de $A(\lambda)$ lorsque λ tends vers 0.
NB : Prendre $ln2 \approx 0,7$.

3 - Sujets séries F Session 2012

Exercice 1.

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct et z désigne un nombre complexe ; on pose : $p(z) = 4z^2 + 26 + 6\sqrt{3}i$.

1 **a.** Déterminer les racines carrées du nombre complexe $26 + 6\sqrt{3}i$.

b. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $p(z) = 0$.

2 Soient A, B et C les points d'affixes respectives :

$Z_1 = \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$; $Z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ et $Z_3 = -\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

a. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $Z = \dfrac{Z_1 - Z_2}{Z_1 - Z_3}$.

b. En déduire que ABC est un triangle équilatéral.

3 Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $p(z)$ soit imaginaire pur.

a. Donner une équation cartésienne de (Γ).

b. En déduire que (Γ) est une conique dont on précisera la nature, les foyers et sommets.

Exercice 2.

A cause de la grippe aviaire, la population d'une ferme avicole de 8 500 pondeuses diminue de 2% par mois. Le fermier achète chaque mois 1000 jeunes pondeuses. Soit U_n la population de la ferme à la fin du n^{ieme} mois.
On pose : $U_0 = 8500$.

1 Calculer U_1, U_2 et montrer que : $U_{n+1} = 0,98U_n + 1.000$.

2 Soit (V_n) la suite définie par : $V_n := U_n - 50.000$.

a. Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

b. Exprimer V_n, puis U_n en fonction de n.

3 **a.** Calculer la population de la ferme à la fin du 10^{ieme} mois.

b. Calculer la perte réalisé par la ferme à la fin du 10^{ieme} mois si chaque pondeuse coûte 1.500 Fcfa à l'achat.

Problème 1.

Partie A :

1 Résoudre l'équation différentielle (E) : $y'' + y' - 6y = 0$.

2 On désigne par h la solution particulière de (E) dont la courbe intégrale passe par l'origine du repère et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 5.

a. Déterminer $h(0)$ et $h'(0)$.

b. En déduire l'expression de $h(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Partie B :

1 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^\star$ par : $g(x) := x^2 + 2 - 2lnx$.

a. Déterminer les limites de g aux bornes de $\mathbb{R}_+^\star$.

b. Étudier les variations de la fonction g et en déduire que g est positive sur $\mathbb{R}_+^\star$

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^\star$ par : $f(x) := x + 2 + \dfrac{2lnx}{x}$.

a. Montrer que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

b. Calculer les limites de f aux bornes de $\mathbb{R}_+^\star$.

c. Montrer que la courbe (C_f) de f admet une asymptote oblique (Δ) dont une équation cartésienne est $y = x + 2$; étudier les positions relatives de (C_f) et (Δ).

d. Dresser le tableau de variation de f.

3 Construire (C_f) et (Δ) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ unité 1 cm.

4 Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^\star$ par : $F(x) := (lnx)^2$.

a. Calculer $F'(x)$.

b. En déduire l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), les droites d'équation $x = 1$, $x = e$ et $y = x + 2$.

4 – Sujets séries F Session 2013

Exercice 1.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.
On considère les points ci-dessous déterminé par leurs affixes :
$A(2+i)$, $B(6+i)$, $C(7+2i))$ et $D(3+4i)$.

1 **a.** Déterminer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Que peut on dire ?

b. Calculer $\cos(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}})$ et $\sin(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}})$.

c. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$.

2 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(1+i)z^2 - (1+3i)z + 6 + 8i = 0$.
(*On pourra au préalable multiplier les deux membres de cette équation par* $(1-i)$).

Exercice 2.

Soit h la fonction définie par $h(x) := e^{3x} \sin 5x$.

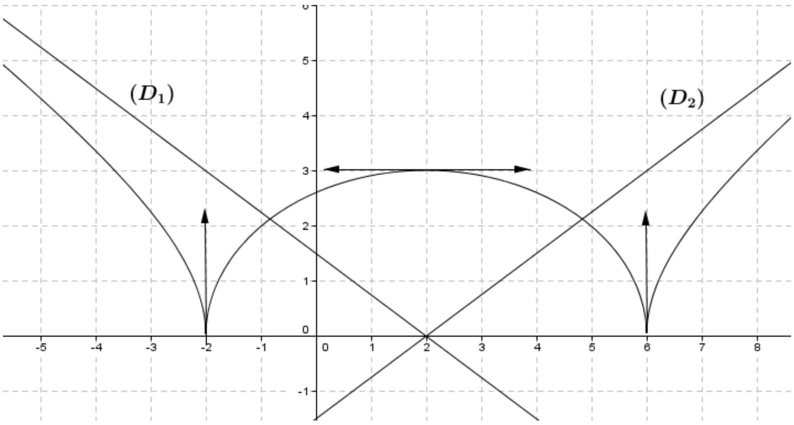
1 Montrer que h est une solution de l'équation différentielle $y'' - 6y' + 34y = 0$.

2 Montrer que $h = \dfrac{1}{34}\Big(-h' + 6h\Big)'$.

3 En déduire la valeur de l'intégrale $I := \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{10}} 34e^{3x} \sin 5x dx$.

Problème 1.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. On considère la figure donnée ci-après. (C) est la courbe représentative dans $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f. Les droites (D_1) et (D_2) sont asymptotes à (C) .



Partie A :

1 Dresser le tableau de variation de f.

2 Donner en justifiant les limites suivantes : $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

3 Donner en justifiant les limites suivantes : $\lim\limits_{h\mapsto0^-}\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$ et $\lim\limits_{h\mapsto0^+}\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$.

Partie B : (Expression numérique de $f(x)$).

Dans cette partie la fonction f est définie par : $f(x):=\dfrac{3}{4}\sqrt{|x^2-4x-12|}$.

u et v sont des fonctions définies par $u(x)=|x^2-4x-12|$ et $v(x)=\dfrac{3}{4}\sqrt{x}$

1 **a.** Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et montrer que $f(x)=(v\circ u)(x)$.

b. Déduire que f est continue sur D_f.

2 **a.** Pour tout $x\in D_f\backslash\{-2;6\}$, utiliser les fonctions u et v pour démontrer que f est dérivable et calculer $f'(x)$.

b. Calculer $\lim\limits_{h\mapsto0^-}\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$ et $\lim\limits_{h\mapsto0^+}\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$.

c. Déduire que f n'est ni dérivable à gauche, ni dérivable à droite de -2. Que peut on dire ?

3 Démontrer que la droite d'équation $y:=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{2}$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$.

4 Démontrer que la droite d'équation $x:=2$ est axe de symétrie à (C).

Partie C :

Dans cette partie (C) est la courbe représentative de la fonction f de la **partie B**. Soit (C') le symétrique de (C) par rapport à l'axe des abscisses.

1 Reproduire la courbe (C) et représenter (C') dans le même repère.

2 Soit $M(x;y)$ un point du plan.

a. Montrer que : $M\in(C)\cup(C')\iff(9x^2+16y^2-36x-108)(9x^2-16y^2-36x-108)=0$.

b. En déduire que $(C)\cup(C')$ est la réunion d'une ellipse (E) et d'une hyperbole (H) dont on donnera les équations réduites et un repère orthonormé associé à ces équations réduites.

3 On rappelle que l'aire d'une ellipse dont la distance du centre à un sommet situé sur l'axe focal est a, et celle du centre à un sommet non situé sur l'axe focal est b, est πab.

En déduire la valeur de l'intégrale $I:=\displaystyle\int_{-2}^{6}f(x)dx$.

5 – Sujets séries F Session 2014

Exercice 1.

On considère le polynôme complexe définie par : $P(z) := z^3 + (2-3i)z^2 - (5+7i)z + 6i - 6$.

1 Calculer $P(-3)$.

2 Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z+3)(az^2 + bz + c)$.

3 **a.** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (1+3i)z + 2i - 2 = 0$.

b. Donner l'ensemble solution de l'équation $P(z) = 0$.

4 Soient A, B et C les points d'affixes respectives $-3, 2i$ et $1+2i$.

a. Placer les points A, B et C dans un repère orthonormé du plan.

b. Déterminer le point D de l'axe des abscisses tel le triangle ABD soit rectangle en B.

Exercice 2.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
On considère l'ensemble (Γ) dont une équation cartésienne est : $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$.

1 Soit $\Omega(1; -2)$ un point du plan.

a. Écrire une équation de (Γ) dans le repère $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$.

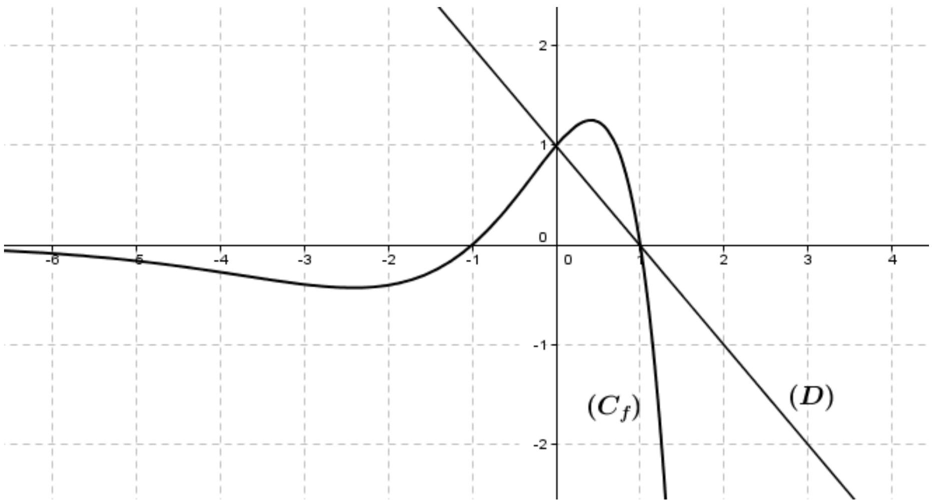
b. Donner la nature de (Γ).

2 Déterminer le centre, les foyers et l'excentricité de (Γ).

3 Représenter (Γ).

Problème 1.

La courbe (C_f) ci-après est celle d'une fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, dans un repère orthonormé du plan (***unité graphique*** $2cm$). La droite (D) représenté dans le même repère est le graphe d'une fonction affine g.



Partie A : **Utilisation du graphe**

1 **a.** Par lecture graphique, donner : $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

b. Donner une interprétation graphique des résultats obtenus.

2 Pour tout $x \in \mathbb{R}$, donner l'expression $g(x)$ en fonction de x.

3 Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$: **a)** $f(x) = 0$; **b)** $f(x) \leq 0$; **c)** $f(x) > 0$; **d)** $f(x) > g(x)$.

Partie B : On suppose que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (1 + bx^2)e^x$.

1 **a.** Calculer $f'(x)$.

b. Déterminer b à l'aide de la courbe ci-dessus.

c. Déterminer alors le maximum de f.

d. Calculer $\int_0^1 (f(x) + x - 1)dx$.

2 Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe de f, la droite (D), les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

6 – Sujets séries F Session 2015

Exercice 1.

On considère le polynôme P défini par : $P(x) := 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$

1 Calculer $P(2)$.

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a. L'équation $P(x) = 0$;

b. L'inéquation $P(x) > 0$.

3 En déduire dans $\mathbb{R}$ l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes :

a. $2ln^3x - 3ln^2x - 3lnx + 2 > 0$;

b. $2e^{3x} - 3e^{2x} - 3e^x + 2 > 0$.

Exercice 2.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.
A tout nombre complexe z distincts de $-1+i$, on associe le nombre complexe $Z := \dfrac{z+2-i}{\overline{z}+1+i}$
où $\overline{z}$ est le conjugué de z.

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $\dfrac{z+2-i}{\overline{z}+1+i} = 2$.

2 Soit M un point d'affixe z, A et B les points d'affixes respectives $-1+i$, $-2+i$.

a. Montrer que $MA = |\overline{z}+1+i|$.

b. En déduire l'ensemble (D) des points M d'affixes z tel que $|Z| = 1$.

3 On pose : $z := x + iy$.
Déterminer en fonction de x et y la partie réelle et la partie imaginaire de Z.

4 **a.** En déduire que l'ensemble (Γ) des points d'affixe $z \neq -1+i$ tels que Z soit imaginaire pur a pour équation cartésienne : $x^2 - y^2 + 3x + 2y + 1 = 0$.

b. Justifier que (Γ) est contenu dans une conique dont on déterminera la nature et l'excentricité.

Problème 1.

Soient f et g deux fonctions définies sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) := \frac{1}{2}ln^2x + lnx + x$; $g(x) := -x - 1 - lnx$.
On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A :

1 Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

2 Calculer $g'(x)$ et vérifier que pour tout $x > 0$, $g'(x) < 0$.

3 Dresser le tableau de variation de g.

4 **a.** Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α.

b. Justifier que $\alpha \in]0.2; 0.3[$.

5 Montrer que $g(x) \geq 0 \iff x \in]0; \alpha]$.

Partie B :

1 Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2 Soit $x \in]0; +\infty[$.

a. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = -\dfrac{g(x)}{x^2}$.

b. En déduire que $f'(x) \leq 0 \Longleftrightarrow x \in]0; \alpha]$.

c. Dresser le tableau de variation de f.

3 Montrer que $f(x) < x \Longleftrightarrow x \in]0; e^{-2}[\cup]1; +\infty[$.

4 Tracer (C_f) en prenant $\alpha = 0,2$ et en considérant la droite d'équation $y = x$ comme direction asymptotique en $+\infty$ (unité de longueur sur les axes : $2cm$).

5 Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) := \dfrac{1}{2}xln^2x + \dfrac{1}{2}x^2$?

a. Montrer que h est une primitive de f.

b. Déterminer la primitive F de f qui prend la valeur 2 en 1.

c. Calculer l'aire de la portion du plan délimitée par les droites d'équations cartésiennes $x = 1$, $x = 2$, $y = x$ et la courbe (C_f).

7 – Sujets séries F Session 2016

Exercice 1.

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n + 2}{U_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

1 Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4.

2 On pose $V_n := \dfrac{U_n - 2}{U_n + 1}$.

a. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

b. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite (U_n).

Exercice 2.

Les parties **A** et **B** de cet exercice sont indépendantes.

A-) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit S l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 1 = 0$.

1 Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le centre Ω et le rayon r.

2 **a.** Vérifier que $A(-1; 0; 2)$ appartient à (S)

b. Donner une équation du plan tangent à (S) en A.

3 Soit P le plan d'équation $z = 2$.

a. Calculer la distance de Ω à P.

b. Montrer que l'intersection de P et (S) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

B-) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère le point $K(2; 0)$. A tout point $M(x; y)$ différent de K et d'affixe z, on associe le point $M'(x'; y')$ d'affixe $z' := \dfrac{z + 2}{\overline{z} - 2}$, où $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$.

1 Écrire z' sous forme algébrique

2 Soit (H) l'ensemble des points M tels que z' soit imaginaire pur.

a. Montrer (H) est une partie d'une hyperbole dont on précisera les sommets et les asymptotes.

b. Tracer (H).

Problème 1.

Unité sur les axes $2cm$

On considère la fonction f définie par : $f(x) := x - \dfrac{e^x - 3}{e^x + 1}$ et on note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1 **a.** Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

b. Montrer que la droite (D_1) d'équation $y = x + 3$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$. On admet que la droite (D_2) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$.

2 **a.** Vérifier que pour tout nombre réel x on a : $f'(x) = \left(\dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$.

b. Dresser le tableau de variation de f.

3 **a.** Montrer que le point $I(0; 1)$ est centre de symétrie à (C_f).

b. Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point I.

4 Étudier la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite d'équation $y = 1$.

5 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $-2,8 < \alpha < -2,7$.

6 Représenter graphique (C_f), ses asymptotes et la tangente T.

7 **a.** Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = x + 3 - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$.

b. En déduire les primitives de f sur $\mathbb{R}$.

8 Soit λ un réel strictement positif, on note (E_λ) le domaine du plan délimité par la courbe (C_f) de f, la droite (D_2) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$.

a. Hachurer (E_2) sur le graphique de **la question 4**.

b. Calculer en cm^2 et en fonction de λ l'aire A_λ de (E_λ).

c. Déterminer $\lim\limits_{\lambda \mapsto +\infty} A_\lambda$.

Partie B :

On considère les équations différentielles suivantes : (E_1) : $2y'' - y' - y = 2$ et (E_2) : $2y'' - y' - y = 0$

1 Montrer qu'il existe une fonction constante f_0 solution de (E_1).

2 démontrer qu'une fonction f est solution de (E_1) si et seulement si $f - f_0$ est solution de (E_2).

3 Résoudre (E_2).

4 En déduire les solutions de (E_1).

8 – Sujets séries F Session 2017

Exercice 1.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

On considère l'application du plan qui à tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' := -z^2 - \overline{z}^2 - z\overline{z} + (3 - 2i)z + (3 + 2i)\overline{z} - 11.$$

1 Montrer que pour tout nombre complexe z, z' est un nombre réel.

2 On pose $z =: x + iy$ où $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
Montrer que : $z' = 0$ si et seulement si $-3x^2 + y^2 + 6x + 4y - 11 = 0$

3 On désigne par (Γ) l'ensemble de points M d'affixe $z = x + iy$ tels que $z' = 0$.

a. Montrer que (Γ) est une conique dont on précisera l'équation réduite, la nature exacte et les coordonnées des sommets dans un repère que l'on précisera.

b. Tracer (Γ) dans le repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

Exercice 2.

Le tableau suivant donne la superficie et le prix de dix appartements vendus récemment dans le centre d'une petite ville.

Superficie *(en m^2) x_i*	42	46	48	52	55	75	80	90	100	120
Prix *(en milliers de francs) y_i*	330	370	400	430	450	660	680	780	850	1050

1 Représenter le nuage de point associé à la série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.
Sur l'axe des abscisses prendre 1*cm pour* 10m^2 *; sur l'axe des ordonnées prendre* 1*cm pour* 100.000 *frs*

2 Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série et le placer dans le repère.

3 Démontrer qu'une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenu par la méthode des moindres carrées est $y = 9,1086x - 44,89$.

4 Dans cette question, on utilisera l'équation obtenue dans la question 3 pour faire des estimations des prix et de surface.

- **a.** Estimer le prix d'un appartement de $150m^2$.
- **b.** Estimer au m^2 près la surface d'un appartement coûtant $1.600.000Frs$.

Problème 1.

On considère les fonctions f et g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) := x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ et $g(x) := 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$.
On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan d'unité graphique 1cm.

***Partie A* : signe de g**

1 Étudier les variations de g et dresser sont tableau de variation.

2 Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ et vérifier que :
$0,35 < \alpha < 0,36$.

3 En déduire le tableau de signe de $g(x)$.

***Partie B* : Étude de f**

1
- **a.** Calculer $f'(x)$ et comparer $f'(x)$ à $g(x)$.
- **b.** Montrer que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 2×10^{-2}.
- **c.** Dresser le tableau de variation de f

2 Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$. Préciser la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D).

3 Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0

4 Tracer (D), (T) et (C_f).

5
- **a.** Déterminer les réels a, b et c pour que la fonction $x \mapsto (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ soit une primitive de la fonction $(x^2 + 2)e^{-x}$.
- **b.** Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par : (D), (T), (C_f) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

9 – Sujets séries F Session 2018

Exercice 1.

La conductivité molaire y $(S.mol^{-1}/m^3)$ d'une solution de chlorure de potassium dépend de sa concentration x (mol/dm^3). Une série de mesures effectuées a donné les résultats suivant :

Valeurs x_i **de** x	0,045	0,071	0,126	0,141	0,155
Valeurs y_i **de** y	0,0145	0,0135	0,0130	0,0125	0,0120

1 Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.
Prendre 1 cm pour $10^{-2}mol/dm^3$ *en abscisse et* $10^{-3}S.mol^{-1}/m^3$ *en ordonnées*
Un ajustement affine est-il justifié ?

2 Donner une équation de la droite de régression de y en x.
(*Pour les calculs on prendra des arrondis d'ordre 6.*)

3 Donner une estimation de la solution donnant correspondant à une conductivité molaire de $14,8S.mol^{-1}/m^3$.

Exercice 2.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé usuel $(O;\vec{e_1},\vec{e_2})$. A et B sont des points d'affixes $z_A := 2i$ et $z_B := 4+2i$

1 Faire une figure avec les points O, A, B, F et D tels que $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BD}$ et F milieu de $[AB]$ on précisera les coordonnées de D.

2 Soit (Σ) le lieu des points M du plan situé à égal distance F et de l'axe des abscisses. Préciser la nature de (Σ). Déterminer graphiquement 3 points de (Σ) à coordonnées entières et construire (Σ) sur la figure précédente.

3 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-(4+4i)z+2i(4+2i)=0$.

Problème 1.

Partie A :

1 Déterminer la solution f de l'équation différentielle $y' = yln(0,6)$ dont la courbe (C_f) dans un repère passe par le point $(1;0,6)$.

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $0,6^x < 10^{-3}$.

3 Un fabriquant de plaques isolantes phoniques indique que la pose d'une couche de ses plaques absorbe 40% de l'intensité du son exprimé en décibels (db). Soit I_0 l'intensité initiale non nulle du son émis dans une salle par une source et I_n l'intensité du son dans la salle voisine après la pose de n couches de ces plaques. n étant un entier naturel non nul.

a. Déterminer I_1 en fonction de I_0.

b. Démontrer que : $I_n = 0,6I_{n-1}$ et en déduire une expression de I_n en fonction de n et I_0

c. A partir de combien de couches de ces plaques posées, est on sûr que l'intensité sonore dans la salle voisine inférieur au millième de l'intensité du sonore initiale émise (*Noter que* I_0 *est strictement positif.*)

Partie B :

Soit g une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) := -xln(0,6)+(0,6)^x$.

1 Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = ln(0,6)\Big[-1+e^{xln(0,6)}.\Big]$

2 **a.** Démontrer que : $\lim\limits_{x\mapsto -\infty} g(x) = +\infty$.

b. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

3 Dresser le tableau de variation de g.

4 Calculer $\lim\limits_{x\mapsto +\infty}\Big[g(x)+xln(0,6)\Big]$ et $\lim\limits_{x\mapsto +\infty}\dfrac{g(x)}{x}$. Conclure.

5 Tracer avec soin la courbe (C_g) de la fonction g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ on prendra $2cm$ pour unité.

6 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ en cm^2 de la portion du plan délimitée par (C_g) et les droites d'équations $y=-xln(0,6)$, $x=0$ et $x=2$.

7 Une entreprise produit des plaques isolantes phoniques. Une étude à permis de constater que si x est le nombre d'année après la création de cette entreprise, alors son capital initial (*En dizaine de millions de francs*) est $h(x) := g(x-2)$.

a. Dresser le tableau de variation de h. (*On vérifiera que* h *n'est croissante que sur* $[2;+\infty[$.)

b. Donner le capital initial de cette entreprise.

10– Sujets séries F Session 2019

Exercice 1.

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (*Unité 1cm*)

A-) On considère l'équation différentielle : $(E) : 2yy' - \dfrac{x}{2} = 0$; dans laquelle y est une fonction numérique. Soit la fonction numérique f vérifiant : $\Big[f(x)\Big]^2 = \dfrac{x^2}{4} + k$.

1 Montrer que f vérifie l'équation (E).

2 Déterminer la constante k pour que la courbe représentative de la fonction f passe par le point $I(2; 0)$.

B-) On considère l'hyperbole (Γ) d'équation $\dfrac{x^2}{4} - y^2 = 1$

1 Donner les équations des asymptotes de (Γ).

2 Déterminer les coordonnées des foyers et sommets de (Γ).

3 Vérifier que le point $\Omega(4; \sqrt{3})$ appartient à (Γ) et donner l'équation de la tangente à (Γ) en ce point.

4 Tracer (Γ).

Exercice 2.

On considère le polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) := 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$.

1 **a.** Vérifier que $P(-1) = 0$.

b. Déterminer le réel a tel que : $P(x) = (x+1)(2x^2 + ax + 3)$.

c. En déduire les solutions les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $P(x) = 0$.

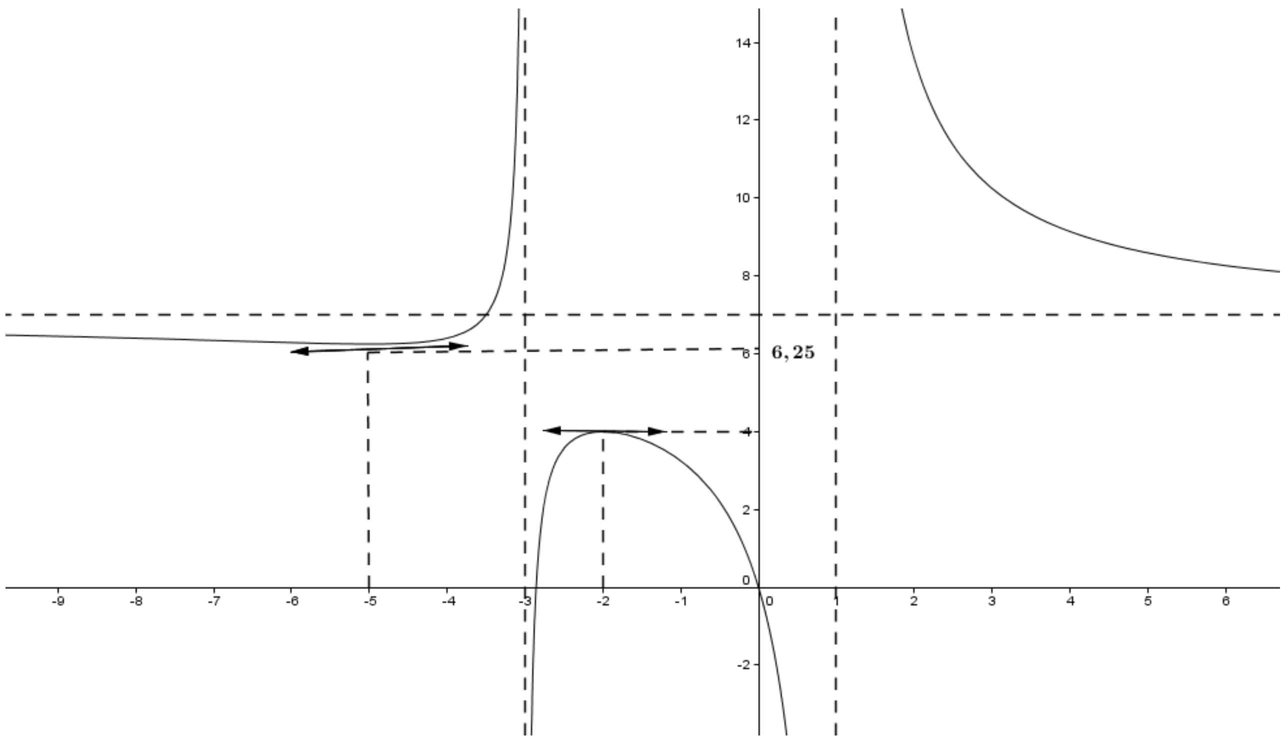
2 Déduire de **1)** les solutions des équations et inéquations suivantes :

a. $2\cos^3 3x - 5\cos^2 3x - 4\cos x + 3 = 0$ dans $[0; 2\pi]$.

b. $2e^{2x} - 5e^{x} - 4 + 3e^{-x} \leq 0$ dans $\mathbb{R}$.

Problème 1.

Soit la fonction f de la variable réelle x, dont la courbe représentative est donnée ci-après :



1 En observant la figure ci-dessus, faire des conjectures sur :

a. Le domaine de définition de f ;

b. Les limites de f aux bornes du domaine de définition ;

c. Le tableau de variation de f.

2 Donner les équations cartésiennes des asymptotes à la courbe (C) de f.

3 En utilisant (C), discuter l'existence et le signe des racines de l'équation $f(x) = m$, où m est un paramètre réel.

4 Déterminer les réels a , b tels que pour tout x différent de -3 et 1 on ait :

$$f(x) = 7 + \frac{a}{x+3} + \frac{b}{x-1}.$$

11 – Sujets séries F Session 2020

Exercice 1.

Dans une culture de microbe, on a remarqué que le nombre de microbe triplait toutes les heures. On désigne par U_0 le nombre de microbes à l'instant $t = 0$ (**Début de l'expérience.**)
Le nombre de microbes à l'instant t, exprimé en heures est donné par la fonction f définie par :

$$f(t) := U_0 \times 3^t$$

1 Quelle est la valeur de U_0 sachant que la culture contient 19.440 microbes au bout de 5 heures ?

2 Quelle quantité de microbes contient cette culture au bout de 2 heures ? Au bout de 3 heures ?

3 Au bout de combien d'heures au moins cette culture contiendra-t-elle 4.723.920 microbes.

Exercice 2.

1 **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 - 7x + 3 = 0$

b. En déduire les solutions des équations :
$2\cos^2 - 7\cos x + 3 = 0$
$2ln^2x - 7lnx + 3 = 0$

2 Résoudre dans $\mathbb{R}^3$: $\begin{cases} x + 3y - 2z = 2 \\ 2x - y + 5z = 15 \\ -3x + 2y + z = -5 \end{cases}$

Problème 1.

Soit f et g deux fonctions numériques définies par : $f(x) := -x + 6 - \dfrac{16}{x+2}$ et $g(x) := (x-2)e^x$.
C_f et C_g désignent respectivement les courbes des fonctions f et g dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 **a.** Étudier les variation de f et dresser son tableau de variation.

b. Montrer que C_f admet la droite Δ d'équation $y = -x + 6$ pour asymptote.

2 Étudier les variation de g et dresser son tableau de variation.

3 Montrer que C_f et C_g ont un point commun A d'abscisse nulle et un point commun B d'ordonnée nulle.

4 Donner les équations des tangentes à C_f et C_g au point A.

5 Construire les courbes C_f et C_g dans le même repère.

6 Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe C_g, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 6$.

12–Sujets séries F Session 2021

Exercice 1.

1 **a.** Écrire $(1-3i\sqrt{3})^2$ sous forme algébrique.

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2-(9+i\sqrt{3})z+26+6i\sqrt{3}=0$.

2 P est le polynôme de la variable complexe z définie par : $z^3-\alpha z^2+(29-3i\sqrt{3})z-18+26i\sqrt{3}$.

a. Déterminer α sachant que $-i\sqrt{3}$ est une racine de P

b. Déterminer les nombres complexes b et c tels que : $z^3-9z^2+(29-3i\sqrt{3})z-18+26i\sqrt{3}=(z+i\sqrt{3})(z^2+bz+c)$.

3 A et B sont les points images respectifs dans le plan complexe, des nombres complexes $4+2i\sqrt{3}$ et $5-i\sqrt{3}$

a. Montrer que $\dfrac{z_A}{z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$

b. En déduire que le triangle OAB est équilatéral

Exercice 2.

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère l'ensemble (H) des points de coordonnées $(x;y)$ vérifiant : $x^2-4y^2-4x-8y-1=0$.

1 Donner l'équation réduite de (H).

2 Préciser une équation de l'axe focal, les coordonnées des sommets, les équations des asymptotes de (H) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

3 Construire (H) en faisant ressortir les éléments susmentionnés.

4 Soit F un foyer de (H), (D) la directrice de (H) associée à F, M un point de (H) et K sont projeté orthogonal sur (D).

Donner la valeur du rapport : $\dfrac{MF}{MK}$.

Problème 1.

Partie A :

1 Donner la forme générale des fonctions numériques f de la variable réelle x, qui vérifient l'équation différentielle $f''-3f'+2f=0$.

2 En déduire la fonction solution de l'équation différentielle $f''-3f'+2f=0$, dont la courbe passe par le point de coordonnées $(0;4)$ et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

3 Déterminer les réels α et β tels que la fonction $h : x\mapsto -4e^{2x}+8e^x+\alpha x^2+\beta$ est une solution de l'équation différentielle : $y"-3y'+2y=8x^2-24x$.

Partie B :

g est la fonction numérique définie pour toute valeur réelle x par : $g(x):=-4e^{2x}+8e^x+4x^2-4$.

1 **a.** Montrer que pour tout réel x, $g''(x)=-8(2e^x+1)(e^x-1)$.

b. Étudier le sens des variations de g' sur $\mathbb{R}$.

c. Calculer $g'(0)$, puis en déduire que $g'(x)\leq 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

2 **a.** Calculer la limite de g en $-\infty$.

b. Montrer que pour tout réel x, $g(x)=-4e^{2x}\left(1-\dfrac{2}{e^x}-\dfrac{x^2}{e^{2x}}\right)-4$, puis calculer la limite de g en $+\infty$.

c. Dresser le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$.

3 **a.** Étudier la position relative de la courbe de g et de la parabole (P) d'équation $y:=4x^2-4$

b. Calculer la limite en $-\infty$ de $\Big[g(x)-(4x^2-4)\Big]$ puis celle de $\dfrac{g(x)}{x}$ en $+\infty$. En déduire une interprétation graphique pour la représentation de g.

c. Construire la courbe (C_g) de g dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. ***Unité sur les axes= 1cm.***

4 Soit n un entier supérieur à $ln2$; u_n l'aire en cm^2, de la portion du plan comprise entre (C_g), (P), les droites d'équations respectives $x = ln2$ et $x = n$.

- **a.** Exprimer u_n sous la forme d'une intégrale
- **b.** Exprimer u_n en fonction de n
- **c.** Montrer que (u_n) est croissante.

13- Sujets séries F Session 2022

Exercice 1.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère la conique d'équation cartésienne : $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$.

1 **a.** Parmi les trois propositions suivantes recopier celle qui est vraie.

$\alpha)$ (C) est une parabole $\beta)$ (C) est une hyperbole $\gamma)$ (C) est une ellipse.

- **b.** Calculer son excentricité et les coordonnées de ses foyers.
- **c.** Déterminer des équations cartésiennes des directrices et asymptotes.

2 **a.** Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (E) des points $M(x; y)$ du plan tels que : $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$.

- **b.** Déterminer les coordonnées des points de rencontre de (E) avec (D) la droite d'équation $x - 1 = 0$

Exercice 2.

I-) On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies respectivement par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + \dfrac{4}{3} \end{cases} \quad \text{et } v_n = u_n - 2$$

1 Démontrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

2 Exprimer v_n et u_n en fonction de n.

3 Calculer $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1} + v_n$ en fonction de n.

II-) P est le polynôme de la variable complexe z défini par :

$$P(z) = z^3 - (6 + 8i)z^2 + (-9 + 38i)z + 40 - 30i$$

1 Calculer $P(4 + 2i)$.

2 En déduire l'écriture de $P(z)$ sous la forme : $P(z) = (z - 4 - 2i)(az^2 + bz + c)$ où a, b et c sont des nombres complexes à déterminer.

3 A, B et C sont des points du plan complexes d'affixes respectives : $Z_A = 5i$, $Z_B = 2 + i$ et $Z_C = 4 + 2i$.

- **a.** Écrire sous forme algébrique le quotient $\dfrac{Z_A - Z_B}{Z_c - Z_B}$.
- **b.** En déduire la nature exacte du triangle ABC.

Problème 1.

Le tableau des variations ci-dessous est celui d'une fonction g, définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (ax + b)e^x$ où a et b sont des nombres réels.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-e$	$\nearrow$	$+\infty$

1 **a.** Déterminer la dérivée g' de g en fonction de a et b

b. Justifier que le couple $(a;b)$ est solution du système $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x+y=-1 \end{cases}$.

c. En déduire que pour tout nombre réel x, $g(x)=(x-2)e^x$

2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-2)e^x$

a. Montrer que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x)=(x-1)e^x$.

b. Préciser le sens des variations de f.

3 Donner les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

4 Calculer la limite de $\dfrac{f(x)}{x}$ en $+\infty$ et en donner une interprétation géométrique.

5 Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) tangente à la courbe (C) de f au point d'abscisse 0.
On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par, $h(x)=-f(x)$ et (C') sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ d'unité graphique $1cm$.

6 Construire (C), (D) et (C') dans $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

7 **a.** Justifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x)=(x-3)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b. En déduire l'aire de la portion du plan délimitée par (C), l'axe des abscisse et les droites d'équations $x=2$ et $x=3$.

8 On considère l'équation différentielle : $(E) : y''+2y'-y=2xe^x$

a. Justifier que f est une solution de (E).

b. Résoudre l'équation différentielle : $(E') : y''+2y'-y=0$.

14–Sujets séries F Session 2023

Exercice 1.

Soit l'équation différentielle $(E) : y''+4y=0$ où y est une fonction inconnue d'une variable t.

1 Montrer les solutions de (E) sont les fonctions f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t)=\lambda\cos 2t+\mu\sin 2t$, où λ et μ sont des réels.

2 **a.** Déterminer la fonction f solution de (E) telle que : $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=0$ et $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=1$.

b. Déduire que $f(t)=\cos\left(2t+\dfrac{7\pi}{6}\right)$.

c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(t)=0$.

Exercice 2.

1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-(1+3i)z+2i-2=0$.

2 Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=1+i$, $z_B=2i$ et $z_C=3+5i$.

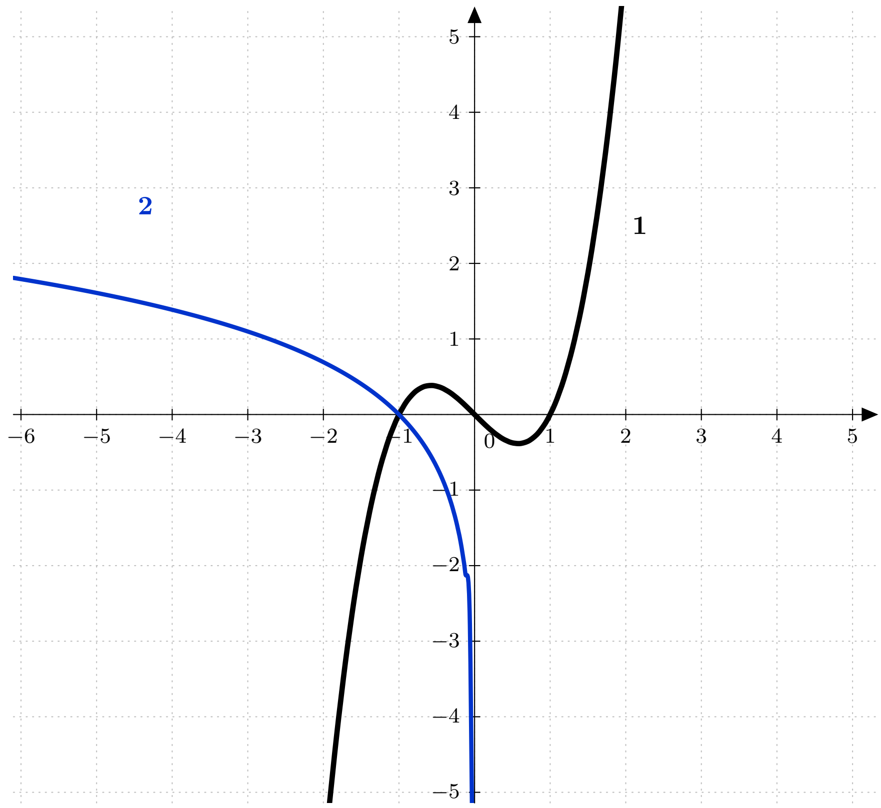
a. Calculer $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ et en déduire la nature du triangle ABC.

b. Déterminer l'affixe du point D tel le quadrilatère $ABCD$ soit un rectangle.

3 Déterminer l'affixe du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC et tracer ce cercle.

Problème 1.

Ci-dessous sont représentées les courbes des fonctions f et g définies par :
$f(x)=x^3-x$ et $g(x)=ln(-x)$ dans un repère orthonormé du plan. (C_f) et (C_g) sont les courbes représentatives des fonctions f et g respectivement.



Partie A

1 Identifier chacune de ces courbes (C_f) et (C_g).

2 Utiliser le graphe pour résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :
(E) : $x^3 - x - ln(-x) = 0$ **(F)** : $x^3 - x - ln(-x) < 0$ **(G)** : $x^3 - x - ln(-x) \geq 0$

Partie B

On considère la fonction h définie par $h(x) = ln(x^3 - x)$.

1 **a.** Déterminer l'ensemble de définition de h.
b. Calculer les limites de h aux bornes de cet ensemble de définition.

2 Étudier les variations de h et dresser sont tableaux de variation.

3 Tracer la courbe représentative de h dans un repère orthonormé du plan.

4 Soient les fonctions φ et ρ définie sur $]1; +\infty[$ par

$$\varphi(x) = xlnx - x \text{ et } \rho(x) = xln(x^2 - 1) - 2x - ln(x - 1) + ln(x + 1).$$

a. Calculer $\varphi'(x)$ et $\rho'(x)$ et en déduire que la fonction F définie sur $]1; +\infty[$ par $F(x) = \rho(x) + \varphi(x)$ est une primitive de la fonction h. sur $]1; +\infty[$.

b. Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_h), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.
NB : On admet que $h(x) > 0$ pour tout $x \in [2; 3]$.

15–Sujets séries F Session 2024

Exercice 1.

1 Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z^2 - 4z + 13 = 0$.

2 Soit (E) l'équation $z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = 0$, où z est un nombre complexe.

a. Démontrer que le nombre complexe i est solution de cette équation.

b. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que pour tout nombre complexe z on ait :

$$z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z-i)(az^2 + bz + c).$$

c. En déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice 2.

Le plan est rapporté à un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, (H) est l'ensemble des points M du plan de coordonnée $(x; y)$ telle que :

$$9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0.$$

1 Montrer que les coordonnées $(x; y)$ d'un point de H vérifient : $\dfrac{(x-1)^2}{4} - \dfrac{(y+2)}{9} = 1.$

2 Donner la nature de (H), ainsi que les coordonnées de son centre.

3 Déterminer la demi-distance focale et l'excentricité de (H).

4 Construire (H).

Problème 1.

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

1 Soit l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = x - 2$ et la fonction g définie pour pour tout x réel par $g(x) = ax + b$, où a et b sont deux réels. Déterminer a et b pour que g soit solution de (E).

2 Résoudre l'équation (E') : $y'' - 2y' + y = 0$.

Partie B

soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = ln(2x) - e^{-2x}$ et $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O; I; J)$ tel que $OI = 2cm$ et $OJ = 3cm$.

1 Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. En déduire que $\mathcal{C}$ admet une asymptote dont on donnera une équation cartésienne.

2 **a.** Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{1}{x} + 2e^{-2x}$ où f' est la fonction dérivée de f

b. Donner le sens des variations de f sur $]0; +\infty[$.

3 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α entre $\dfrac{1}{2}$ et 1.

4 Étudier par rapport à α le signe de $f(x)$ lorsque x est un réel de $]0; +\infty[$.

5 Donner la nature de la branche infinie à $\mathbb{C}$.

6 Tracer $\mathcal{C}$ dans le repère $(O; I; J)$.

7 **a.** Soit $a > 0$. Par une intégration par parties, calculer $I(a) = \displaystyle\int_1^a ln(2x)dx$.

b. Montrer que la fonction F définie $]0; +\infty[$ par $F(x) = xln(2x) + \dfrac{e^{-2x}}{2} - x$ est une primitive de la fonction f sur $]0; +\infty[$.

c. Calculer en m^2 en fonction de β, l'aire de la portion (D) de plan délimitée par $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 1$ et $x = \beta$ où $\beta \geq 1$.

Sujets des BT industriels sauf IH de 2010 à 2024

Chapitre 2

1 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2010

Exercice 1.

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e_1}, \vec{e_2})$.

1 **a.** Calculer $(1+\sqrt{3})^2$.

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (1+\sqrt{3})z + 2 + \sqrt{3} = 0$.

2 On pose $a = -\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}(1-i)$ et $b = -\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}(1+i)$.
A et B sont les points d'affixes respectives a et b.

a. Écrire a et b sous forme trigonométrique.

b. Quelle est la nature du triangle OAB.

3 Soit C le point d'affixe 1.

a. Écrire le nombre complexe $\dfrac{1-a}{b-a}$ sous forme trigonométrique.

b. Déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 2.

1 **a.** Développer et réduire l'expression : $(x-1)(x+2)(x-5)$.

b. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $e^{3x} - 4e^{2x} - 7e^x + 10 = 0$

2 Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équation (S) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 148 \\ lnx + lny = ln24 \end{cases}$

3 Soit (U_n) la suite définie pour tout entier $n \geq 1$ par : $U_n := \displaystyle\int_{lnn}^{ln(n+1)} e^{2x}dx$.

a. Calculer U_n en fonction de n.

b. Démontrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

Problème 1.

Soit f la fonction définie par $f(x) := \dfrac{lnx^2}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ unité $2cm$.

1 Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2 **a.** Montrer que f est une fonction impaire.

b. Montrer que, $f'(x) = 2\left(\dfrac{1-lnx}{x^2}\right)$, $\forall x \in \mathbb{R}_+^\star$.

c. Étudier les variations de f sur $]0; +\infty[$.

d. Déterminer les abscisses des points d'intersection de (C_f) avec l'axe $(O; \vec{i})$

e. Déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 1$.

3 Tracer la courbe (C_f) sur $]0;+\infty[$, puis déduire le tracé complet sur $\mathbb{R}$.

4 Étudier graphiquement suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation

$$2lnx - mx - x = 0.$$

5 On suppose maintenant que x est un réel strictement positif.

a. Trouver la dériver de la fonction F définie par $F(x) := (lnx)^2$.

b. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan des points $M(x;y)$ tels que :

$$\begin{cases} -e \leq x \leq -1 \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} 1 \leq x \leq e \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

c. Soit t un réel strictement positif compris entre 0 et 1.
Calculer l'aire $\mathcal{B}$ du domaine plan limité par (C_f), l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = t$ et $x = 1$.

d. Déterminer t pour que l'on ait $\mathcal{A} = \mathcal{B}$.

2 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2011

Exercice 1.

1 **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ ab = 2 \end{cases}$

b. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système $\begin{cases} ln^2x + ln^2y = 5 \\ (lnx)(lny) = 2 \end{cases}$

2 **a.** Déterminer les réels A et α tels que $\forall x \in \mathbb{R}$ on ait : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = A\cos(x+\alpha)$

b. En déduire la résolution dans $[0;2\pi[$ de l'équation $3\cos x - \sqrt{3}\sin x + \sqrt{6} = 0$

Exercice 2.

On considère le polynôme de la variable complexe défini par : $P(z) := z^4 - z^3 + z - 1$

1 Calculer $P(-1)$ et $P(1)$.

2 Mettre $P(z)$ sous la forme $P(z) = (z^2-1)Q(z)$, où $Q(z)$ est un polynôme que l'on déterminera.

3 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$.

4 Représenter dans le plan complexe les images des solutions de cette équation.

Problème 1.

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) := \left(\dfrac{x-1}{x}\right)lnx$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R := (O;\vec{i},\vec{j})$ unité graphique $1cm$.

1 **a.** Étudier les variations de la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) := x - 1 + lnx$ et dresser son tableau de variations.

b. vérifier que $g(1) = 0$ puis dresser le tableau de signe de g sur $]0;+\infty[$.

2 **a.** Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

b. Déduire de la question **1.** le signe de f' et le sens de variation de f.

c. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

d. Dresser le tableau de variation de f.

3 **a.** Étudier suivant les valeurs de x la position de (C) par rapport à la courbe (C') d'équation $y := lnx$.

b. Déterminer la limite en $+\infty$ de $f(x) - lnx$ interpréter graphiquement le résultat.

c. Tracer (C) et (C') dans le plan muni du repère $R := (O; \vec{i}, \vec{j})$.

d. Calculer l'aire du domaine plan compris entre les courbes (C) et (C') et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$.

3 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2012

Exercice 1.

On considère le plan affine euclidien P d'une origine O.

1 Montrer que le nombre complexe $u := \overline{z}z' + z\overline{z'}$ où $\overline{z}$ et $\overline{z'}$ sont des nombres complexes, est un nombre réel.

2 Soient M et N deux points distincts de P d'affixes respectives z_1 et z_2 tels $O; M$ et N soient non alignés.

a. Calculer en fonction de z_1 et z_2, l'affixe z_G du barycentre G du système $\{(M, |z_2|); (N, |z_1|)\}$. Trouver z_G lorsque $z_1 = 2$ et $z_2 = 2i$.

b. Dans le cas général, démontrer que $\dfrac{z_G^2}{z_1 z_2}$ est toujours un réels.

Exercice 2.

1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $X^2 - 5X + 6 = 0$;

b. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$.

2 En déduire le signe de la fonction $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 6$

3 On donne le système d'équation (S) : $\begin{cases} x + y = 5 \\ lnx + lny = ln6 \end{cases}$.

Dans quelle condition (S) est-il défini ? Résoudre alors (S).

Problème 1.

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) := \dfrac{e^x}{e^x - 1}$, (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ unité $1cm$.

1 Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2 **a.** Déterminer les réels a, b tels que : $f(x) := a + \dfrac{b}{e^x - 1}$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

b. Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \mapsto 0^-} f(x)$; $\lim\limits_{x \mapsto 0^+} f(x)$

3 **a.** Étudier les variation de f et dresser son tableau de variation.

b. Déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = ln2$.

4 Construire (C_f) et sa tangente.

5 On considère la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) := ln(e^x - 1)$. Calculer la dérivée F' de la fonction F.

6 Utiliser la **question 5** pour calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$.

4 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2013

Exercice 1.

L'observation du chiffre d'affaire d'une scierie durant les six premiers mois de son fonctionnement a donné les résultats suivants :

Rang du moi (X)	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires en millions de francs CFA (Y)	10	13	14	18	21	23

1 **a.** Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.

b. Déterminer les coordonnées du point moyen G et représenter ce point moyen.

2 i. Calculer à 10^{-2} près par défaut la variance $V(X)$ de X ; la variance $V(Y)$ de Y et la covariance $Cov(X;Y)$ de $(X;Y)$

ii. Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y

iii. Justifier qu'en prenant une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut du coefficient directeur de la droite de régression de Y en X, par la méthode des moindres carrées, une équation de cette droite est $y = 2,6x + 7,2$.

iv. Estimer le chiffre d'affaire de cette scierie au dixième mois.

Exercice 2.

On considère l'équation (E) définie sur $\mathbb{C}$ par : $z^4 - 14iz^2 + 32 = 0$

1 **a.** Vérifier que pour tout $z \in \mathbb{C}$, $z^4 - 14iz^2 + 32 = (z^2 + 2i)(z^2 - 16i)$.

b. En déduire les solution de l'équation (E).

2 Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $Z_A := -1 + i$, $Z_B := 2\sqrt{2} + i2\sqrt{2}$, $Z_C := -Z_A$ et $Z_D := -Z_B$.

a. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un losange.

b. Calculer l'aire de ce losange.

Exercice 3.

Soient (U_n) et (V_n) les suites définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n := \displaystyle\int_{lnn}^{ln(n+1)} e^{2x}dx$ et $V_n := \displaystyle\int_{n}^{n+1} e^{2x}dx$.

1 **a.** Calculer U_n en fonction de n.

b. Démontrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

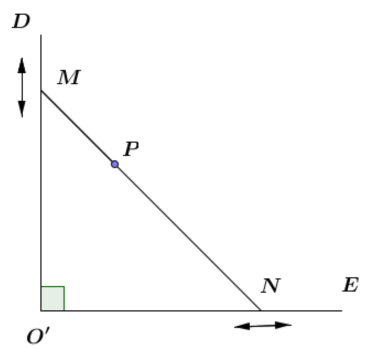
2 i. Montrer que pour tout entier non nul n, $V_n := \dfrac{1}{2}e^{2n}(e^2 - 1)$.

ii. Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

iii. En déduire la valeur exacte de $P_{10} := V_1 \times V_2 \times V_3 \times ... \times V_{10}$

Exercice 4.

Un dispositif mécanique comporte une tige $[MN]$ de longueur 3 ayant un nœud P tel que :
$MP := 1$, l'extrémité de cette tige peut se mouvoir autour le long du segment $[O'D]$, entrainant ainsi le mouvement de l'autre extrémité N sur $[O'E]$



On admet que : $O'D = O'E = 3$, $(O'D) \perp (O'E)$ et on pose $\vec{i} := \frac{1}{3}\overrightarrow{O'E}$ et $\vec{j} := \frac{1}{3}\overrightarrow{O'D}$.

1 ***Nature de la trajectoire de P lorsque M se déplace***

En posant $\overrightarrow{O'N} := a\vec{j}$, $\overrightarrow{O'N} := b\vec{i}$ et $\overrightarrow{O'P} := x\vec{i} + y\vec{j}$

a. Justifier que : $x = \frac{1}{3}b$ et $y = \frac{2}{3}a$.

b. Montrer que : $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.

c. En déduire que P décrit une partie d'une conique (Γ) que l'on donnera la nature et l'excentricité.

2 **Tracé de la trajectoire de P** Soit f la fonction définie sur $[0; 1]$ par $f(x) := 2\sqrt{1 - x^2}$.

a. Étudier les variations de f.

b. Dresser le tableau de variation de f.

5 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2014

Exercice 1.

On considère l'expression $P(z) = 4z^4 - 12z^3 + 18z^2 - 12z + 4$ dans laquelle z est un nombre complexe.

1 Justifier que $P(\overline{z}) = \overline{P(z)}$, puis justifier que pour tout nombre complexes non nul z, $P\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{z^4}P(z)$.

2 En déduire que si z_0 est racine de l'équation $P(z) = 0$ alors $\overline{z_0}$, $\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\overline{z_0}}$ sont aussi racine de cette équation.

3 Vérifier que $P(1 + i) = 0$; en déduire les autres racines de P. (***On mettra sous forme algébrique.***)

4 Écrire $P(z)$ sous la forme $P(z) = 4(z^2 + az + b)(z^2 + cz + d)$ où a, b, c et d sont des réels que l'on déterminera.

Exercice 2.

On considère l'équation différentielle (E) suivante : $y'' - 3y' + 2y' = 2(1 - x)e^x$.

1 Montrer que la fonction g définie par $g(x) := (x^2 - 1)e^x$ est une solution de (E).

2 Résoudre l'équation différentielle (E) : $y'' - 3y' + 2y' = 0$.

3 Démontrer que f est solution de (E') si et seulement si $f + g$ est solution de (E).

4 Déterminer alors la forme générale des solutions de (E).

5 En déduire les solutions de (E) dont la courbe intégrale passe par l'origine et dont la tangente en ce point est parallèle à l'axe des abscisses.

Problème 1.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité $2cm$.

On considère la fonction f définie par $f(x) := 2 - x^2e^{-x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans ce repère.

1 Étudier les branches infinies de (C_f).

2 Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3 Tracer (C_f) et son asymptote horizontal.

4 Montrer que dans l'intervalle $[-1; 0]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution.

5 Tracer dans le même repère la courbe représentative de la fonction g définie par $g(x) = -|f(x)|$.

6 On considère la fonction F définie par $F(x) := (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

Déterminer les réels a, b et c pour que la fonction $F'(x) = f(x) - 2$

7 En déduire une primitive de f.

8 Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $\alpha > 2$. Calculer l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$ de la portion du plan délimité par les droite d'équations cartésienne $x = 2$, $x = \alpha$, la courbe (C_f) et la droite d'équation $y = 2$ d'autre part.

9 Quelle est la limite de $\mathcal{A}(\alpha)$ lorsque α tend vers plus l'infini.

6 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2015

Exercice 1.

Un même produit est vendu conditionnés sur différentes formes et quantités. Le tableau suivant indique pour chaque type d'emballage la quantité X (en kilogramme) et le prix Y (en milliers de francs)

Quantité X_i	1	2	3	4	5
Prix Y_i	9,5	18,5	29	38,5	49,5

1 Représenter le nuage de points associés à cette série statique dans un repère orthogonal. (***On choisira*** $2cm$ ***pour*** $1kg$ ***et*** $2cm$ ***pour*** 1000 ***Frcs***).

2 Déterminer les coordonnées $(\overline{X};\overline{Y})$ du point du nuage

3 **a.** Déterminer par la méthode des moindres, une équation de la droite de régression de Y en X.

b. Quel prix peut on prévoir pour ce produit conditionné dans un emballage de $10kg$?

Exercice 2.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. On considère la courbe (C_0) d'équation paramétrique :

$$\begin{cases} x(t) := 3\sin t - 1 \\ y(t) := 4\cos t + 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

1 **a.** Exprimer $\sin t$ en fonction de $x(t)$, puis $\cos t$ en fonction de $y(t)$.

b. En déduire une relation entre $x = x(t)$ et $y = y(t)$ indépendante de t.

c. En déduire la nature de (C_0).

2 Soit (C_1) la courbe d'équation $16x^2 + 9y^2 + 32x - 36y - 92 = 0$

a. Donner l'équation réduite de (C_1).

b. Préciser son centre et ses sommets puis construire (C_1).

Problème 1.

A-)

1 **a.** Déterminer les racines carrées du nombre complexes $21 + 20i$

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (2+i)z + 6 + 6i = 0$

2 **a.** Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $a = -2 + 2i$.

b. Écrire sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique le nombre complexe : $\dfrac{4\sqrt{2}\left(\cos\frac{13\pi}{12} + i\sin\frac{13\pi}{12}\right)}{-2+2i}$

c. En déduire les valeurs $\cos\dfrac{13\pi}{12}$, $\sin\dfrac{13\pi}{12}$, $\sin\dfrac{\pi}{12}$ et $\cos\dfrac{\pi}{12}$

B-) Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{U_n + 2} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$. On admet que (U_n) est à termes positifs.

1 **a.** Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4.

b. Exprimer $U_{n+1} - U_n$ en fonction de U_n.

c. En déduire le sens de variation de (U_n).

d. Montrer que (U_n) converge.

2 On pose $V_n := \dfrac{U_n}{U_n + 1}$.

a. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.

b. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de la suite (V_n).

c. Exprimer V_n en fonction de n.

d. Montrer que $U_n := \dfrac{1}{2^{n+1}-1}$ et déduire la limite de (U_n).

e. Pour quelle valeur de n a-t-on $U_n \leq 10^{-2}$.

C-) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) := \dfrac{e^x}{e^x+2}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité $2cm$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$ et en déduire les asymptotes à (C_f).
2. **a.** Calculer $f'(x)$. quel est sont signe ?

   b. Dresser le tableau de variation de f.
3. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = \dfrac{1}{2}$.

   b. Montrer que le point $A(ln2; \dfrac{1}{2})$ est centre de symétrie à (C_f).

   c. Donner une équation de la tangente T à (C_f) en A.
4. Tracer (C_f).
5. Calculer en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ de la portion du plan limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses, les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$

7 - Sujets de BT industriels sauf IH Session 2016

Exercice 1.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
On désigne par (H) l'ensemble des points qui vérifient l'équation (E) : $4x|x| + y^2 - 16x - 20 = 0$.

1. **a.** Exprimer (E) sans symbole de valeur absolue.

   b. En déduire que (H) est la réunion d'une partie d'une conique (C_1) et d'une partie d'une conique (C_2).

   c. Préciser pour chaque conique (C_1), (C_2) la nature, le centre et les sommets.
2. **a.** Vérifier que le point $A(0; 2\sqrt{5})$ appartient à (C_1) et (C_2)

   b. Donner une équation de la tangente de (C_1) en A.

   c. Donner une équation de la tangente de (C_2) en A.
3. Tracer (H) en prenant pour unité $1cm$.

Exercice 2.

Une enquête menée pour établir le nombre d'acheteur Y (***en milliers***) d'un produit fonctions de son prix de vente X (***en milliers de Francs***) a donné :

Prix de vente x_i	1	1,5	2	3	3,5
Nombres d'acheteurs y_i	3	2,5	2	1	0,75

1. Représenter le nuage de points associée à cette série statistique, ainsi que le point moyen $\overline{M}$ dans un repère orthonormé.
2. **a.** Montrer qu'une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est : $y = -0,92x + 3,87$.

   b. Tracer cette droite dans le repère précédent.

   c. Utiliser cette ajustement pour estimer le nombre d'acheteur potentiels si le produit est vendu à 2.500 F ; à 4.500 F.

Problème 1.

A. Soit $g$la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) := 1 + (1-x)e^{-x}$.

1. Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

2 Montrer que pour tout nombre réel x, $g(x) \geq 1 - e^2$.

3 En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$.

B. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x :) = x - 1 + xe^{-x}$ et on note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 Déterminer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2 Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) à $+\infty$, puis étudier la position de (C_f) par rapport à cette droite.

3 Calculer la limite en $-\infty$ de $\dfrac{f(x)}{x}$. Que peut-on en déduire ?

4 Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

5 **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution β.

b. Vérifier que $0,6 < \beta < 0,7$

6 Tracer (C_f) (**Unité sur les axes 1 cm**).

C. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) := xe^{-x}$.

1 Déterminer à l'aide de l'intégration par partie les primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction h.

2 Soit t un réel strictement positif. On note $\mathcal{A}(t)$, l'aire de la portion du plan limitée par la courbe de f, la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = t$.

a. Calculer $\mathcal{A}(t)$.

b. Calculer la limite en $+\infty$ de $\mathcal{A}(t)$

8 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2017

Exercice 1.

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 + (-1 + 5i)z^2 + (-4 + 28i) = 0$

1 **a.** Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pures que l'on déterminera.

b. Déterminer alors deux nombres réels b et c tels que l'équation (E) soit équivalent à l'équation (E') : $(z - z_0)(z^2 + bz + c) = 0$

2 **a.** calculer $(3 - i)^2$ et donner le résultat sous forme algébrique.

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + (-1 + 7i)z - 14 - 2i = 0$.

3 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points $A(1; 3)$, $B(-2; 4)$ et $C(0; 2)$.

a. Déterminer les affixes x et y des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$ respectivement

b. Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\dfrac{x}{y}$.

c. En déduire la nature du triangle ABC.

d. Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe plane S de centre C qui transforme A en B.

Exercice 2.

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} u_0 := 5 \\ u_1 := 2 \\ 6u_{n+2} := 7u_{n+1} - u_n \end{cases}$.

1 **a.** Calculer u_2, u_3 et u_4.

b. Étudier le sens de variation de la suite (u_n).

2 On pose $v_n := u_{n+1} - u_n$.

a. Calculer v_0, v_1 et v_2.

b. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

c. Exprimer v_n, $v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$ en fonction de n.

d. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

e. Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 3.

Une société de téléphonie mobile créée en 1989 ouvre des succursales dans les villes du Cameroun. Le tableau suivant donne le nombre de succursales ouvertes depuis sa création.

Année	1989	1994	1999	2004	2009	2014
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombres de succursales y_i	2	16	28	38	50	65

1 Calculer le pourcentage d'augmentation de succursales entre 2004 et 2014.

2 Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal : *Sur l'axe des abscisses on prendra* 2cm *pour l'unité ; Sur l'axe des ordonnées on prendra* 1cm *pour 5 succursales.*

3 **a.** Donner une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrées. *Les coefficients seront arrondis aux dixième.*

b. Représenter la droite (D) sur le graphique précédent.

c. Avec cet ajustement déterminer le nombres de succursale que pourrait avoir cette société en 2019.

Exercice 4.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^\star$ par $f(x) := e^x - \dfrac{1}{x}$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 **a.** Calculer les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$, à gauche de 0 et à droite de 0.

b. Calculer la limite en $+\infty$ de $\dfrac{f(x)}{x}$. Que peut-on en déduire ?

2 Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α et montrer que $0,5 < \alpha < 0,6$

4 Tracer la courbe (C_f).

5 On désigne par g la restriction de f sur $I :=]0; +\infty[$.

a. Montrer que g réalise une bijection de l'intervalle I sur un autre intervalle J que l'on précisera.

b. On note g^{-1} la bijection réciproque de g. Dresser le tableau de variation de g^{-1}.

c. Tracer (C') la courbe représentative de g^{-1} sur le même graphique que (C_f).

9 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2018

Exercice 1.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique $1cm$.

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4i\sqrt{3}z - 16 = 0$.

2 On considère les points P et Q d'affixes respectives $p := 2 + 2i\sqrt{3}$ et $q := -2 + 2i\sqrt{3}$.

a. Écrire chacun des nombres complexes p et q sous forme trigonométrique.

b. Écrire le nombre $\dfrac{q}{p}$ sous forme exponentielle et en déduire la nature du triangle OPQ.

3 On désigne par f la transformation du plan qui à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' tels que : $Z' := e^{i\frac{\pi}{3}} Z$.

a. Déterminer l'affixe de R, l'image de P par f.

b. Montrer que f admet un unique point invariant dont on précisera l'affixe.

4 Représenter les points P et R dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Exercice 2.

Au premier janvier de 2014 une société de transport de marchandise opérant dans la zone CEMAC, dispose d'un stock de $1.500m^3$ de carburant.
D'après les résultats une étude, 10% du stock de carburant est utilisé chaque année. Pour ajuster son stock à ses besoins, la société achète $100m^3$ de carburant le 1^{er} Janvier de chaque année suivante. Pour tout entier naturel n, on désigne par U_n le stock de carburant (en m^3) de la société au 1^{er} Janvier de l'année $2014+n$ après l'achat de $100m^3$ de carburant ($n \in \mathbb{N}$). On donne $U_0 := 1500$.

1 Calculer U_1 et U_2.

2 Montrer que : $U_{n+1} = 0,9U_n + 100$.

3 Pour tout entier naturel n, on pose $V_n := U_n - 1000$.

a. Calculer V_0 et V_1.
b. Montrer que (V_n) est une suite géométrique.
c. Exprimer V_n en fonction de n
d. En déduire que : $U_n = 500 \times (0,9)^n + 1000$.

4 Calculer le stock de carburant (en m^3) de cette société au 1^{er} Janvier 2022 après l'achat de $100m^3$ de carburant. (*Donner l'arrondi du résultat à l'entier près.*)

Problème 1.

Partie A :
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) := 2e^x + 2x + 4$.

1 Calculer la limite de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

2 Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.

3 Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α appartenant à l'intervalle $]-2,2;-2,1[$.

4 En déduire le signe de $g(x)$ sur $]-\infty;\alpha$ et sur $]\alpha;+\infty[$.

Partie B :
Le plan est muni du repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique $2cm$.
On considère la fonction h définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $h(x) := \dfrac{(x+1)e^x}{e^x+1}$. (C_h) est la courbe représentative de h dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 Vérifier que $h'(x) = \dfrac{e^x g(x)}{2(e^x+1)^2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et en déduire les variation de h sur son ensemble de définition.

2 Montrer que $h(\alpha) = \alpha + 2$ et en déduire un encadrement de $h(\alpha)$.

3 Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_h) en son point d'abscisse 0.

4 Calculer la limite de h en $-\infty$ et donner une interprétation géométrique du résultat.

5 Calculer la limite de h en $+\infty$, puis montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique en $+\infty$.

6 Étudier la position de (C_h) par rapport à son asymptote oblique (D).

7 Compléter le tableau suivant (*arrondir les résultats aux dixième près*) :

x	-2	-1	0	1
$h(x)$				

8 Tracer la courbe (C_h), la tangente (T) et l'asymptote (D).

10–Sujets de BT industriels sauf IH Session 2019

Exercice 1.

Soient (U_n) et (V_n) les suites définies par : $\begin{cases} U_0 = 10 \\ U_{n+1} := \frac{5}{4}U_n - 0,5 \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$ et $V_n := U_n - 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

1 Calculer U_1 et U_2.

2 Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

3 Exprimer V_n, puis U_n en fonction de n.

4 Une entreprise de maintenance décroche au début de l'année 2013 un contrat d'un montant initial de 10 millions de Fcfa pour l'entretient et la réparation des voitures, de l'équipement informatique et des appareils électroménager d'un groupe hôtelier. Au début de chacune des années suivantes, ce contrat augmente de 25% par rapport à l'année précédente et l'entreprise doit prélever 0,5 millions de Fcfa pour les frais de fonctionnement. Déterminer l'année au cours de laquelle le montant du contrat de cette entreprise sera supérieur à 40 millions.

Exercice 2.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité $1cm$.

1 On considère le polynôme complexe P définie par : $P(x) := z^4 - 4iz^3 - 11z^2 + 14iz - 30$.

- **a.** Montrer que $P(-i) = P(3i) = 0$.
- **b.** Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z+i)(z-3i)(z^2 + az + b)$.
- **c.** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(z^2 - 2iz + 3)(z^2 - 2iz - 10) = 0$.

2 On considère l'ensemble (ε) des points $M(x; y)$ du plan tel que $(x; y)$ vérifie l'équation :
$4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$.

- **a.** Déterminer l'équation réduite de (ε).
- **b.** En déduire la nature de (ε) et les coordonnées de son centre Ω.
- **c.** Vérifier que les points de coordonnées $(0; -1), (0; 3), (-3; 1)$ et $(3; 1)$ sont les sommets de la conique (ε) dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Problème 1.

Partie A :

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) := \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 - lnx\right)$ et on désigne par (C_g) la courbe représentative de g dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. *On prendra 2 cm comme unité sur les axes.*

1 Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) := 2 - x - lnx$.

- **a.** Étudier le sens de variation de h.
- **b.** Montrer que l'équation $h(x) = 0$ possède une unique solution α dans l'intervalle $]1,5; 1,6[$.
- **c.** En déduire le signe de h suivant les valeurs de x.

2
- **a.** Déterminer les limites de g en 0^+ et en $+\infty$.
- **b.** Montrer que $g'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$.
- **c.** En déduire le sens de variation de g sur $]0; +\infty[$.
- **d.** Montrer que $h(x) = 0$ équivaut à $ln\alpha = 2 - \alpha$ et en déduire que $g(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$.
- **e.** En déduire un encadrement d'ordre 3 de $g(\alpha)$.
- **f.** Dresser le tableau de variation de g.
- **g.** Construire (C_g).
- **h.** Tracer dans le même repère la courbe représentative (C_f) de la fonction f définie par $f(x) = |g(x)|$.

Partie B :

Soit (E) l'équation différentielle $-4y' - y = 0$

1 Résoudre l'équation (E).

2 Soit (E') l'équation différentielle $-4y' - y = x + 2$.
On considère la fonction h de la **partie A**.

a. Montre que la fonction $U(x) := h(x) + lnx$ est solution de (E').

b. Montrer que si P est solution de (E') alors $P - U$ est solution de (E).

c. Réciproquement montrer que si $P - U$ est solution de (E) alors P est solution de (E').

d. Déterminer la solution générale de (E').

11 – Sujets de BT industriels sauf IH Session 2020

Exercice 1.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 On considère l'ensemble (H) d'équation : $-x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$.

a. Montrer que les points $A(2; 0)$ et $B(2; -2)$ appartiennent à (H).

b. Déterminer l'équation réduite de (H).

c. Préciser sa nature, son excentricité, ses sommets et ses asymptotes.

d. Tracer (H).

2 (C) est la courbe dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = 2 + \tan\alpha \\ y = -1 + \dfrac{1}{\cos\alpha} \end{cases}$ $\alpha \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$.

a. Montrer que (C) est une partie de (H)

b. Indiquer en trait interrompu la courbe (C) dans le même repère que (H).

Exercice 2.

Le tableau suivant donne la production agricole y_i en tonnes de six exploitations en fonction de leurs tailles respectives x_i en hectares.

Taille (x_i)	1	2	3	4	5	6
Production (y_i)	12	30	42	60	48	54

1 Construire le nuage de points associé à cette série double. On prendra :

✎ $1cm$ pour 1 hectare,

✎ $1cm$ pour 10 tonnes.

2 Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.

3 Calculer la variance de X et montrer que $Cov(X; Y) = 23, 5$.

4 Donner la droite de régression de y en x.

5 Donner une estimation de la production d'un domaine de 9 hectares.

Problème 1.

Il comporte deux parties indépendantes A et B.
Partie A :

1 Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(E) : y'' + y'ln2 = 0$

2 On considère la fonction numérique d'une variable réelle x définie par : $f(x) = e^{-xln2}$.
Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par : $U_n := \displaystyle\int_{n-1}^{n} f(x)dx$.
On pose : $S_n := U_1 + U_2 + ... + U_n$.

a. Montrer que $U_n = \dfrac{1}{ln2}e^{-nln2}$.

b. Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

c. Calculer S_n et déterminer $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} S_n$.

Partie B :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) := \dfrac{1}{1+e^{-x}}$.

(C_f) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ (*Unité graphique 2cm*).

1 Vérifier que pour tout réel x, on a : $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$.

2 Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition ; puis interpréter graphiquement les résultat.

3 Calculer la dérivée f' de f et déduire le sens de variation de f.

4 Dresser le tableau de variation de f.

5 Justifier que $A(0; 0,5)$ es tun centre de symétrie de (C_f).

6 Tracer (C_f) et ses asymptotes.

7 Soit n un entier naturel. On désigne par δ_n, le domaine du plan délimité par la courbe (C_f) et les droites d'équations $y = 1$, $x = 0$ et $x = n$. A_n désigne l'aire du domaine δ_n exprimée en unité d'aire.

a. Montrer que $A_n = 4\Big[ln2 - ln(1+e^{-n})\Big]\ cm^2$.

b. Quelle est la limite de A_n lorsque n tend vers $+\infty$?

12-Sujets de BT industriels sauf IH Session 2021

Exercice 1.

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (i-4)z + 5 - 5i = 0$.

2 Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

A tout nombre z différent de 3, on associe le nombre complexe $Z := \dfrac{z^2}{\overline{z}-3}$ où $\overline{z}$ désigne le conjugué de z. On note (Γ) l'ensemble des points M d'affixe z tels que Z soit un nombre réel.

a. Démontrer que (Γ) est la réunion de l'hyperbole (H) d'équation $(x-1)^2 - \dfrac{y^2}{3} = 1$ et de la droite (D) dont on déterminera une équation, privé du point de coordonnées $(3; 0)$.

b. Déterminer le centre Ω, les foyers, les asymptotes et l'excentricité de (H).

c. Tracer (H) dans le repère $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

Exercice 2.

On considère le polynôme $P(x) := 2x^3 + x^2 - 13x + 6$.

1 Déterminer deux réels b et c tels que : $P(x) = (x-2)(2x^2 + bx + c)$.

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

3 En déduire dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'équation : $2ln^3x + ln^2x - 13lnx + 6 = 0$.

4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x) \leq 0$.

5 En déduire dans $\mathbb{R}$ l'ensemble solution de l'inéquation : $2ln^3x + ln^2x \leq 13lnx - 6$.

Problème 1.

Partie A :

On considère les équations différentielles ci-après :

$(E) : y'' - 2y' + y = x$ et $(E_0) : y'' - 2y' + y = 0$.

1 Résoudre (E_0).

2 Déterminer les réels a et b pour lesquels la fonction polynôme P définie par $P(x) := ax + b$ est solution de (E).

3 Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $f - P$ est solution de (E_0).

4 En déduire la solution φ de (E) qui admet en 0 un extremum égal à 1.

Partie B :

Soit la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) := x + 2 - e^x$

1 Dresser le tableau des variations de g sur $[0; +\infty[$.

2 Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[0; +\infty[$. Prouver que $1,14 < \alpha < 1,15$.

3 En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie C :

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) := \dfrac{e^x - 1}{xe^x + 1}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ***Unité graphique : 4 cm***.

1 Montrer que pour tout réel positif x, $f(x) = \dfrac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$.

2 En déduire la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

3 **a.** Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha + 1}$.

b. En utilisant la question 2 de la partie B, donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près.

4 Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

5 Montrer que pour tout x positifs $f(x) - x = \dfrac{(x + 1)U(x)}{x + e^{-x}}$ avec $U(x) := 1 - x - e^{-x}$.

6 Dresser le tableau de variation de U et en déduire son signe sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

7 Déduire de ce qui précède la position de (C) par rapport à (T).

8 Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$, puis en utilisant la question 3 de la partie B dresser le tableau de variations de f sur $[0; +\infty[$.

9 Tracer (C) et (T).

13–Sujets de BT industriels sauf IH Session 2022

Exercice 1.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On note (H) l'ensemble des points M du plan complexes d'affixes z vérifiant : $z^2 - 9 = -1 - \overline{z}^2$.

1 On pose $z = x + iy$, x et y étant des nombres réels. Montrer que tout point $M(x, y)$ de (H) vérifie l'équation $x^2 - y^2 = 4$.

2 Soient A, B et C les points d'affixes respectives : -2 ; $-4 - 2i\sqrt{3}$ et $-4 + 2i\sqrt{3}$.
Vérifier que A, B et C appartiennent à (H).

3 Déterminer la nature, l'excentricité, les foyers et les asymptotes de (H).

4 Placer les points A, B, C et construire (H) dans le même repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Exercice 2.

A. On considère les équations différentielles : $(E_0) : y'' - 2y' + y = 0$ et $(E) : y'' - 2y' + y = -\dfrac{1}{2}x + 3$.

1] Résoudre (E_0) sur $\mathbb{R}$.

2 Soit P un polynôme du premier degré défini par $P(x) = ax + b$, où a et b sont des nombres réels. Déterminer a et b pour que P soit solution de (E).

3 Soit h une fonction numérique. Démontrer que h est solution de (E) si et seulement si $h - P$ est solution de (E_0).

4 Donner l'ensemble des solutions de (E).

5 Déterminer la solution g de (E) dont la courbe passe par le point $A(0;2)$ et dont la tangente en ce point à la courbe de g est parallèle à l'axe des abscisses.

B. Une petite entreprise place le 1^{er} Janvier 2020 un capital de 200.000 FCFA dans une banque au taux d'intérêt composés annuel de 5%. C'est à dire les intérêts d'une année s'ajoutent au capital pour le calcul des intérêts de l'année suivante. On note C_n le capital de cet entreprise le 1^{er} Janvier de l'année $(2020 + n)$, n étant un entier naturel.

1 Déterminer C_0 et C_1.

2 Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n, puis déduire que (C_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

3 **a.** Montrer que $C_n = 200.000 \times (1,05)^n$.

b. En déduire l'année à laquelle le capital sera supérieur au double du capital initial.

Problème 1.

Partie A :

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = -x^2 - 2 + 2lnx$

1 Calculer les limites de g en 0^+ et $+\infty$.

2 Pour tout $x \in]0;+\infty[$, calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g.

3 Étudier le signe de $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g sur $]0;+\infty[$.

4 En déduire le signe de g sur $]0;+\infty[$.

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = -x + 5 - \dfrac{2lnx}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. L'unité graphique est le centimètre.

1 **a.** Calculer les limites de f en 0^+ et $+\infty$.

b. En déduire une asymptote verticale à (C_f).

2 Pour tout $x \in]0;+\infty[$, montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$, où f' est la dérivée de f.

3 Dresser le tableau de variation de f sur $]0;+\infty[$.

4 **a.** Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 5$ est asymptote à la courbe (C_f).

b. Étudier la position relative de (C_f) par rapport à (D).

5 Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[4,3;4,4]$.

6 Construire la courbe (C_f) et la droite (D) dans le même repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

7 Soit λ un réel strictement supérieur à 1.

a. Soit h la fonction définie par $h(x) = (lnx)^2$. Calculer la dérivée h'.

b. En déduire l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ de la surface délimité par $(C_f), (D)$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \lambda$.

14–Sujets de BT industriels sauf IH Session 2023

Exercice 1.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On considère l'expression $P(z) = z^3 - (2+6i)z^2 - (12-7i)z + 9 + 7i$.

1 **a.** Déterminer z_0 tel que : $P(z) = (z - z_0)\left[z^2 - (1+5i)z - 8 + i\right]$.

b. Montrer que $(3+i)^2 = 8 + 6i$.

c. Déterminer les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 - (1+5i)z - 8 + i = 0$. Puis en déduire l'ensemble solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

2 On considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = 1+i, Z_B = 2+3i$ et $Z_C = -1+2i$. Soient les points D et E images respectives des points B et C par la symétrie centrale de centre A.

a. Calculer $\dfrac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$, puis en déduire la nature exacte du triangle ABC.

b. Déterminer les affixes respectives des points D et E.

3 **a.** Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $Z_A = 1 + i$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E') : $\sqrt{2}(\cos x + \sin x) = \sqrt{3}$

Exercice 2.

Le plan est muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère l'ensemble (Γ) des points $M(x; y)$ du plan tels que :

$$x^2 - y^2 - 4x + 2y + 2 = 0.$$

1 Ecrire une équation cartésienne de (Γ) dans le repère $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$ où $\Omega(2; 1)$.

2 Donner la nature exacte et l'excentricité de (Γ).

3 Préciser les coordonnées des sommets de (Γ) dans le repère $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$.

4 Déterminer les équations cartésiennes des asymptotes de (Γ) dans le repère $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$.

5 Construire (Γ) dans le repère $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$.

Problème 1.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

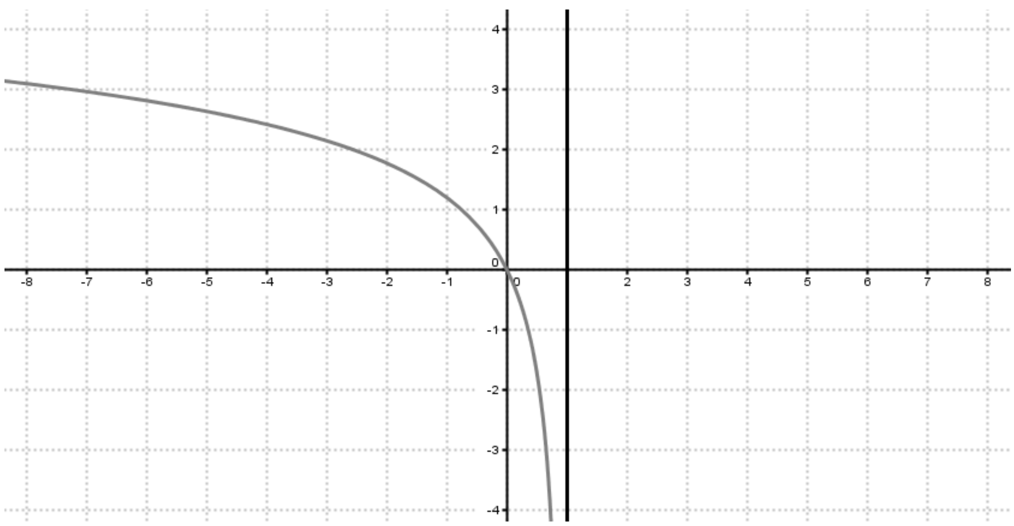
$$\begin{cases} f(x) = x\ln(x-1) + 1 \text{ si } x < 0 \\ f(x) = u(x) \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$

où u est la fonction numérique vérifiant $u'' + 2u' + u = 0$; $u(0) = 1$; $u'(0) = 0$

1 **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y'' + 2y' + y = 0$.

b. En déduire que pour tout $x \geq 0$, $u(x) = (x+1)e^{-x}$.

2 Soit la fonction numérique g définie sur $]-\infty; 1[$ par $g(x) = \ln(1-x) + \dfrac{x}{x-1}$ dont la figure ci-dessous est sa représentation graphique.



A l'aide de cette représentation graphique déterminer le signe de $g(x)$ sur $]-\infty;1[$.

3 Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

4 **a.** Étudier la dérivabilité de f en 0.

b. Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout $x \in]-\infty;0[$ et calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [0;+\infty[$.

c. Dresser le tableau de variation de f

5 Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α telle que : $-1,3 < \alpha < -1,2$.

6 **a.** Étudier les branches infinies de la courbe (C_f) de f.

b. Construire (C_f) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ ***unité graphique*** 1 cm.

7 On considère le domaine $\mathcal{H}$ du plan délimité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 3$.
Soit h la fonction numérique définie sur $]-\infty;0[$ par $h(x) = \dfrac{x^2-1}{2}ln(1-x) - \dfrac{1}{4}x^2 + \dfrac{1}{2}x$.

a. Justifier que h est une primitive de f sur $]-\infty;0[$.

b. A l'aide d'une intégration par parties montrer que : $\displaystyle\int_0^3 (x+1)e^{-x}dx = 2 - 5e^{-3}$.

c. Justifier que $ln(1-\alpha) = -\dfrac{1}{\alpha}$.

d. Justifier que $\displaystyle\int_\alpha^3 f(x)dx = \frac{1}{4}\alpha^2 - \frac{1}{2\alpha} - 5e^{-3} + 2$.

e. En prenant $\alpha = -1,25$, donner l'arrondi d'ordre 2 de l'aire exprimée en unité d'aire du domaine $\mathcal{H}$.

15- Sujets de BT industriels sauf IH Session 2024

Exercice 1.

La société "ComputerSoftware" du Cameroun a mis au point un nouveau logiciel de gestion destiné aux PME. Cette société a mené une enquête dans le pays auprès de 300 entreprises équipées d'ordinateurs aptes à recevoir ce logiciel, ceci afin de déterminer à quel prix maximal chacune de ces entreprises accepterait acquérir un exemplaire de ce nouveau logiciel. Les résultats obtenus sont consigné dans le tableau suivant.

Prix X pour le nouveau logiciel en millions de FCFA	3	2,5	2	1,5	1
Nombres d'entreprise Y disposées à acheter le logiciel à ce prix	80	120	150	180	215

1 Représenter graphiquement le nuage de points de la série $(x_i;y_i)$ dans un repère orthogonal. **Prendre** 1 cm pour 0,25 Millions de FCFA en Abscisse et 5cm pour 100 entreprises en ordonnée.

2 Déterminer les coordonnées du point moyen G.

3 **a.** Calculer la variance suivant X et la covariance entre X et Y.

b. Justifier alors que la droite de régression (D) de Y en X par la méthode des moindres carrés à pour équation $y = -66x + 281$.

4 En déduire une estimation du nombre d'entreprises disposées à prendre le logiciel à un prix maximal de 3,5 millions de FCFA.

Exercice 2.

1 Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;I;J)$. On considère l'ensemble (H) des points $M(x;y)$ du plan vérifiant $-x^2 + y^2 = 1$.

a. Déterminer la nature exacte de (H).

b. Déterminer ses sommets et ses asymptotes.

c. Construire (H).

2 Soit α un réel appartenant à $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\Big(\cos\alpha\Big)z^2 - \Big(1+\sin\alpha\Big)z + \tan\alpha = 0$.

3 On considère dans le plan un point mobile M de coordonnées $(x;y)$ telles que $\begin{cases} x = \tan t \\ y = \dfrac{1}{\cos t} \end{cases}$ $t \in \left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$.

a. Montrer que M appartient à (H).

b. Déterminer le sous ensemble (H') de (H) décrit par M lorsque t décrit $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$.

Problème 1.

Partie A

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)e^x + 4$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm.
Soit (E) l'équation différentielle $y'' - 2y' + y = 4$ et (E') l'équation différentielle $y'' - 2y' + y = 0$.

1 **a.** Démontrer que $z = y - 4$ est solution de (E') si et seulement si y est solution de (E).

b. Résoudre (E') puis en déduire les solution de (E).

c. Démontrer que f est la solution de (E) telle que $f(0) = 2$ et $f'(0) = -1$.

2 **a.** Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

b. Étudier les branches infinies de (C).

3 **a.** Étudier les variations de f, puis dresser son tableau de variation.

b. Tracer avec soin (C) et son asymptote.

4 A l'aide d'une intégration par parties et en utilisant la question **1-c)**, calculer l'aire du domaine du plan compris entre la droite d'équation $y = 4$, la courbe (C) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

Partie B

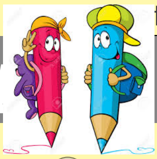
1 Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x) = (x-3)e^x + 4x$. En utilisant les résultats de partie **A**, étudier les variations de g puis dresser son tableau de variations.

2 Un laboratoire fabrique un produit pharmaceutique, sa capacité de production est inférieur à 4 tonnes de produit.
On note x la masse en tonne de produit fabriqué. Le coût de fabrication en millions de francs CFA de x tonnes de ce produit est égale à $g(x)$, g étant la fonction définie à la question **1.** Le prix de vente d'une tonne de ce produit est 4 millions de francs CFA.

a. Exprimer en fonction de x le bénéfice $B(x)$ réalisé après la vente de x tonnes de ce produit.

b. On note q la fonction définie sur $]0;3[$ par $q(x) = (3-x)e^x$. étudier les variations de q puis dresser son tableau de variations.

c. En déduire la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.
Déterminer alors une valeur approchée de ce bénéfice.



SECRETS DES MEILLEURS ÉLÈVES EN MATHS

1 Les **meilleurs élèves** sont bien **concentrés** pendant les cours de Maths. Autrement dit, ils ne sont pas distraits pendant les séances de cours. Oui, ils ne sont pas impolis, ils suivent et participent bien les cours.
Ils sont de meilleurs archivistes. Oui, ils ont toujours leurs anciens cahiers de Maths en bon état à leur disposition.

2 Ils ne se « **jettent** » jamais sur les exercices en se disant « **je saurai mon cours en faisant les exercices** ». Ils font une fiche, ou au moins un résumé ou ils encadrent en rouge les formules ou les propriétés (théorèmes) utiles et ils apprennent quelque chose de synthétique. Autrement dit, ils savent leurs cours et ne se font pas coincer lors des contrôles sur des choses basiques, alors que c'est le trait commun de ceux qui ont des notes assez faibles.

3 Ils ont une une vraie **méthode** quand ils révisent. C'est-à-dire une méthode de travail.
Cela fait que même s'ils travaillent pendant une courte durée (2 heures), ils ont des résultats et donnent l'impression de ne pas travailler. Mais ils travaillent efficacement, savent ou ils en sont dans leur routine habituelle, alors que ceux qui ont peu de résultat font de « **tous et de rien** ». Une très grande mauvaise habitude des élèves qui ont du mal lorsqu'ils révisent : ils relisent leurs exercices (exercice et son corrigé) alors qu'il faudrait les refaire par écrit pour s'assurer de la bonne compréhension de l'exercice. Ce qui leur manque, c'est une vraie méthode et beaucoup de **rigueur**. Qui, la rigueur, est une qualité des meilleurs en maths.

4 Ils ont une **technique** une façon de se relire précise. Et même des techniques de vérification que eux seuls connaissent, pour ceux qui montent vraiment très haut dans les notes. Au fur et à mesure de mes années de cours dans le domaine de l'enseignement des maths, j'ai constaté que la majorité des élèves faisaient des erreurs de calcul stupides lors des contrôles (devoirs). Et, comme l'erreur est fatale en maths, alors voila comment je m'y suis pris : j'ai appris à mes élèves des techniques qu'ils ne voient pas en cours ou que avec certains profs, je leur ai appris à vérifier leurs calculs.

5 Ils sont **rapides**.
Beaucoup d'élèves ont un problème de vitesse. Pour pouvoir **relire**, **vérifier** et **faire** un travail de qualité, il faut être rapide. Alors comment faire ? Le secret est de refaire **plusieurs fois les mêmes exercices**. Plus on le fait, plus on sera rapide en contrôle (examen). Beaucoup d'élèves se disent « **c'est pas la peine, j'ai compris** » ou « **je l'ai déjà fait** » et c'est en fait leur plus grosse erreur méthodologique. Il n'y a rien de mieux que de refaire plusieurs fois les mêmes exercices si on veut être efficace le jour J. Et n'oubliez pas que la vitesse ne s'acquiert que par **l'entrainement**. L'adage suivant illustre bien cela : « Le cheval mal nourri, ne va pas loin ».

6 Ils gèrent leur **temps** pendant l'évaluation (contrôle).
Tout le monde a entendu parler du fameux problème de la panique. Il vient principalement de 2 choses : une **mauvaise préparation**, donc pas de méthode de travail et une **mauvaise gestion du temps**. Alors que veut dire « gérer son temps » ? Et bien ce n'est pas ce qu'on croit : regarder sa montre et attribuer tel ou tel temps à chaque exercice. Gérer son temps, c'est d'abord ne jamais faire les questions d'un exercice ni les exercices dans l'ordre où ils ou elles sont donnés. Si un élève commet cette erreur, il va s'enliser dans des questions qui ne sont pas pour lui. Et croyez-moi, des classes entières font cette erreur et tombent dans le panneau.
Il faut toujours commencer par les exercices/questions les plus faciles, prendre un peu de temps pour lire l'ensemble et faire toutes les questions les plus faciles d'abord. Les meilleurs font toujours ça, ils laissent des « blancs » et reviennent plus tard et ils optimisent ainsi leur note de façon très significative. Ce n'est pas une question de niveau mais une question de choix ! Quand on fait les bons choix, la note augmente naturellement.
Lorsque les questions d'un exercice sont dépendants, le suivi de l'ordre des réponses aux questions posée s'imposent.
Lorsque le sujet comporte deux parties, l'élève (candidat) a le devoir de traiter séparément chaque partie du sujet.

7 Ils ont de bons **documents de mathématiques**. Les bons document sont de bons outils d'apprentissage pour les meilleurs élèves. Et, pour cela, ils se procurent de ces documents en acceptant payer le prix qu'il faut. Oui, les **connaissances ont un prix**.

LA CROYANCE

Soyez certains que vos rêves deviendront des réalités

Il y a une grande force dans la croyance fermement maintenue que nos ambitions seront réalisées, que nos rêves deviendront des réalités. Rien n'aide davantage que de croire que les choses tourneront bien et non pas mal, que nous réussirons au lieu d'échouer, et qu'en dépit de tout ce qui pourra arriver ou ne pas arriver, nous serons heureux.

Rien n'est plus encourageant que cette attitude optimiste qui croit toujours à ce qu'il y a de meilleur, de plus élevé, de plus heureux, et qui ne laisse aucune place au pessimisme et au découragement.

Croyez de tout votre coeur que vous serez capables de faire ce que vous devez faire. Ne vous permettez aucun doute à cet égard ; chassez-le s'il essaye de pénétrer en vous. N'entretenez que de bonnes pensées et des idées élevées, et soyez déterminés à les réaliser. Rejetez toute pensée ennemie, tout découragement, tout ce qui pourrait vous faire croire à l'insuccès et au malheur.

Peu importe ce que vous essayez de faire ou d'être, que votre attitude soit toujours optimiste, et soyez certain que vous atteindrez le but. Vous serez surpris de voir combien vos facultés se développeront, et combien votre être tout entier progressera.