

PROPOSITION DE CORRIGE DE L'EPREUVE DE MATHÉMATIQUES
(Calculatrice non autorisée)

EXERCICE (4 points)

Numéro de la question	1	2	3	4
Lettre correspondant à la bonne réponse	d	a	b	a

PROBLEME (11 points)**Partie A(7pts)**

- 1) Calculons les limites de f_n aux bornes de son ensemble de définition (en distinguant les cas où n est pair ou impair).

$$f_n(x) = \frac{e^x}{(1-x)^n}, x \in \mathbb{R} - \{1\}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{(1-x)^n} = 0 \text{ car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (1-x)^n = +\infty \end{cases} \quad (0,25\text{pt})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{(1-x)^n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{x}-1\right)^n} \left(\frac{e^x}{x^n}\right) = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ est pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

$$\text{car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n}\right) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}-1\right)^n = \begin{cases} +1 \text{ si } n \text{ est pair} \\ -1 \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases} \end{cases} \quad (0,25\text{pt}) + (0,25\text{pt})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{e^x}{(1-x)^n} = +\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} e^x = e \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x)^n = 0^+ \end{cases} \quad (0,25\text{pt})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{e^x}{(1-x)^n} = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ est pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

$$\text{car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} e^x = e \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (1-x)^n = \begin{cases} 0^+ \text{ si } n \text{ est pair} \\ 0^- \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases} \end{cases} \quad (0,25\text{pt}) + (0,25\text{pt})$$