



Septième édition des Olympiades Togolaises de Mathématiques (OTM)

et Miss Mathématiques : Premier tour.

Date : 01 Avril 2017

Niveau : Terminale A

Durée : 2 heures.

N.B. Il est demandé au candidat de laisser toute trace de recherches, justifier et détailler ses réponses et de laisser une ligne au moins entre deux questions. Les dernières feuilles sont les brouillons.

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES.

EXERCICE I

Un paysan emprunte à la coopérative du village la somme de 500 000FCFA à un certain taux d'intérêt annuel. A la fin de la première année, il rembourse la somme de 300 000F CFA. Le taux d'intérêt de la seconde année est celui de la première année majoré par 2%. A la fin de la seconde année, le paysan rembourse 280 000F CFA, éteignant ainsi sa dette.

Quelle est le taux d'intérêt de la première année ?

EXERCICE II

Les parties A, B, et C sont indépendantes.

Partie A

L'aire d'un jardin rectangulaire est égale à 300m². Si l'on augmente sa longueur et sa largeur de 5cm, l'aire est alors égale à 500m².

Quels sont les dimensions de ce jardin ?

Partie B

1. Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes :

$$a) (lnx)^3 - 5(lnx)^2 - 24lnx = 0,$$

$$b) (e^x - 2)(e^{1-x} - 1) \leq 0$$

2. Résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{4}{x+3} + \frac{1}{2y-1} = 11 \\ \frac{7}{x+3} + \frac{2}{2y-1} = 20 \end{cases}$$

Partie C

Le plan est muni du repère (O, I, J).

Représenter l'ensemble des points dont les coordonnées (x, y) vérifient : $xy \leq y^2$

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthogonal tel que 2 cm représentent une unité sur chaque axe.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{e^x+2}{e^x-2}$ et (C) sa courbe représentative.

1/ a) Déterminer l'ensemble de définition D de f .

b) Calculer la limite de f en $-\infty$. En déduire une asymptote à (C).

c) Vérifier que, pour tout x de D, $f(x) = \frac{1+2e^{-x}}{1-2e^{-x}}$

d) Démontrer que la droite d'équation $x = \ln 2$ est également asymptote à (C).

2/ Déterminer la fonction dérivée f' de f . En déduire le tableau de variation de f .

3/ Construire la courbe (C).

4/ Déterminer les nombres réels a et b tels que, pour tout nombre décimal x , $f(x) = a + \frac{be^x}{e^x-2}$.