

CONCOURS HOUPHOUET-BOIGNY DE MATHÉMATIQUES

PHASE FINALE : ÉDITION 2018

Niveau : Seconde

Durée : 2 heures 30

EXERCICE 1.

1) Montre que pour tout nombre réel x ,

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) + 1 = \left(x^2 - \frac{5}{4}\right)^2.$$

2) Calcule $\sqrt{2018 \times 2017 \times 2016 \times 2015 + 1}$.

EXERCICE 2.

Calcule

$$A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2016} + \frac{1}{2017}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2016} + \frac{1}{2017}\right).$$

EXERCICE 3.

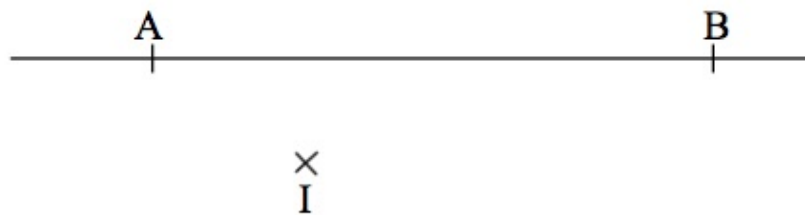
Résoudre le système suivant, dans lequel les inconnues a et b sont des réels positifs :

$$\begin{cases} a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = 134 \\ a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = 126 \end{cases}$$

EXERCICE 4.

Reproduis la figure ci-dessous, puis construis le point C tel que I soit le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC .

Rédige un programme de construction.



EXERCICE 5.

On veut ranger trois ballons de rayons respectifs 3cm , 4cm et 5cm , disposés côte à côte comme le suggère la figure (les trois cercles sont tangents entre eux et tangents à une droite (D)).

Dans quel ordre doit-on les disposer pour avoir la longueur d minimum ?

