CLASSE DE TERMINALE F

(Horaire hebdomadaire : 4 heures)

Le programme de mathématiques des classes terminales de la série F est bâti sur les intentions suivantes :

- poursuivre et approfondir la pratique d'une démarche scientifique ;
- fournir des outils pour suivre avec profit l'enseignement scientifique et technologique.

Le programme qui suit est commun aux sections F1, F2 et F3 ; cependant, le niveau d'approfondissement des thèmes présentés se définira en fonction des finalités propres à chacune des sections considérées. Des indications précisent, si nécessaire, les intitulés propres à une section donnée .

Les activités de résolution de problèmes et l'étude de situations occupent une place importante afin de développer chez les élèves les capacités d'organisation et de communication et de promouvoir chez eux l'acquisition de méthodes et de techniques.
L'exploitation de ces situations permet la mise en place de notions, méthodes et techniques nouvelles, une synthèse brève reprend l'essentiel de ce qu'il faut retenir, des travaux pratiques viennent consolider ou compléter les compétences acquises.

On s'en tiendra, pour réaliser ce programme, à un cadre et un vocabulaire théoriques modestes mais suffisamment efficaces pour répondre aux besoins mathématiques des autres disciplines.

Le texte est présenté de la façon suivante :

- en caractères **gras**, l'intitulé des contenus ;
- en caractères standard, les objectifs à atteindre ;
- en caractères *italiques*, un commentaire qui précise le sens ou les limites à donner à certains points du programme.

Les notions indiquées "hors programme" n'ont pas à être abordées en classe de terminale.

STATISTIQUES

Séries statistiques à une variable :

Caractéristiques de dispersion (étendue, écart-moyen, variance, écart-type)

Les élèves doivent savoir :

- organiser et représenter des données statistiques (tableaux, diagrammes, histogrammes) ;
- déterminer les caractéristiques de dispersion d'une série statistique (étendue, écart-moyen, variance, écart-type).

Il s'agit de consolider et de compléter les connaissances acquises en seconde, en montrant aux élèves que les seules caractéristiques de position sont insuffisantes pour analyser et interpréter une distribution statistique. A cet effet, on introduit les caractéristiques de dispersion.
On entraînera les élèves à organiser les calculs et à les effectuer à l'aide de la calculatrice. La formule simplifiée de la variance d'une série statistique sera admise.
Les exemples choisis devront être récents et si possible en liaison étroite avec le contexte socio- culturel burkinabé.

POLYNOMES

- **écriture réduite ; polynôme nul ; degré d'un polynôme ; opérations ;**
- **racines d'un polynôme ; factorisation ;**
- **trinôme du second degré : somme et produit des racines ;**

Les élèves doivent connaître le résultat suivant (admis) : "si un polynôme est nul, tous ses coefficients sont nuls".

Les élèves doivent savoir :

- effectuer des opérations sur les polynômes ;
- factoriser un polynôme ;
- utiliser l'expression de la somme et du produit des racines d'un trinôme du second degré lors de la résolution de problèmes.

On rappellera le résultat vu en seconde concernant la mise en facteur du terme (x-a) pour un polynôme s'annulant en a.
Est hors programme toute théorie générale des polynômes.

NOMBRES COMPLEXES

- **sommes a + bi où $i^2 = -1$; égalité, somme, produit, conjugué, inverse ;**
- **représentation géométrique, affixe d'un point, d'un vecteur ;**
- **module et argument : interprétation géométrique ;**
- **passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement.**

Les élèves doivent :
- avoir une bonne maîtrise des opérations avec les sommes a + bi ;
- connaître les deux notations a + bi et a + bj (cette dernière étant utilisée en électricité) ;
- connaître le vocabulaire usuel concernant les nombres complexes ;
- savoir écrire un nombre complexe sous forme algébrique et trigonométrique ;
- savoir interpréter géométriquement :

un nombre complexe comme étant l'affixe d'un point ou d'un vecteur,

le module de b-a et l'argument de $\frac{c-b}{c-a}$

Les nombres complexes sont introduits dès la classe de première pour en permettre leur utilisation dans les disciplines technologiques. La résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation du second degré, y compris $z^2 = a$, n'est pas au programme.

SUITES NUMERIQUES

- **exemples de modes de génération de suites :**
  - **suite des valeurs f(n) d'une fonction f définie sur $\mathbb{N}$;**
  - **exemples de suites récurrentes.**
- **cas des suites arithmétiques ou géométriques : définition, expression du terme de rang p, calcul de la somme des n premiers termes.**
- **taux d'accroissement d'une population;**
- **projections de population**

Les élèves doivent :
- connaître le vocabulaire lié aux suites (terme, indice, rang) ;
- savoir calculer des termes d'une suite ;
- savoir reconnaître et caractériser (raison, premier terme) une suite arithmétique ou géométrique ;
- savoir calculer le terme de rang n, la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique (cas particuliers : $1+2+\ldots+n$; $1+a+a^2+\ldots+a^n$).

Lors de ce premier contact avec les suites, l'objectif principal est de familiariser les élèves avec la description de situations discrètes simples.

Sont hors programme:
- le raisonnement par récurrence ;
- tout exposé général sur les suites, en particulier les notions de suites majorées ou minorées ;
- la notion de limite d'une suite.

FONCTIONS NUMERIQUES

1 Comportement global

- **égalité de deux fonctions ;**
- **opérations algébriques sur les fonctions : $\lambda \cdot f$ ($\lambda \in \mathbb{R}$); $f + g$; $f \cdot g$; $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$;**
- **comparaison : $f \geq 0$, $f \geq g$.**

Les élèves doivent :

- connaître le sens des notations : $\lambda \cdot f$ ($\lambda \in \mathbb{R}$); $f + g$; $f \cdot g$; $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$;
- savoir comparer deux fonctions : numériquement ou graphiquement suivant la nécessité.

On considèrera des fonctions définies sur un intervalle ou sur une réunion d'intervalles ; dans ce dernier cas, on se ramènera alors à une étude portant sur chacun de ces intervalles.
Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé théorique au sujet des opérations algébriques et de la relation d'ordre sur les fonctions.

2 Langage des limites

2.1 Limite en + ∞ et en - ∞

- **limite en l'infini des fonctions : $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x^2}$;**
- **introduction des notations** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$;
- **notion d'asymptote horizontale.**

2.2 Limite infinie en a ($a \in \mathbb{R}$)

- **limite en 0 des fonctions citées précédemment**
- **introduction des notations** $\lim\limits_{x \to a} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$
- **notion d'asymptote verticale.**

2.3 Enoncés usuels sur les limites (admis)

- **opérations algébriques : limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.**

Les élèves doivent :
- connaître le comportement des fonctions de référence quand |x| devient "grand" ou "petit" ;
- - avoir une connaissance <u>intuitive</u> du sens des notations $\lim_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

et dans le cas d'une limite infinie, des notations:

$\lim_{x \to a} f(x)$; $\lim_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x)$; $\lim_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$:

Il s'agit principalement de faire acquérir aux élèves une idée intuitive de la notion de limite en vue d'introduire le nombre dérivé d'une fonction en un point et la notion d'asymptote verticale ou horizontale.
Par conséquent :
- il n'y a pas lieu de s'attarder aux exercices de recherche de limites ;
- la définition des limites par (A,α) ou (ε,α) et la notion de continuité sont hors programme.

3 Dérivation

3.1 Dérivation en un point

- **nombre dérivé au point a ;**
- **vitesse instantanée, limite en 0 du taux de variation** $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$
- **équation cartésienne de la tangente au point a.**

3.2 Dérivation sur un intervalle

- **fonction dérivée ;**
- **dérivée d'une somme, d'un produit par une constante, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient ;**
- **dérivée de x $\mapsto x^n$ (n entier relatif) et de x $\mapsto \sqrt{x}$:**
- **dérivée des fonctions x $\mapsto$ sin(x), x $\mapsto$ cos(x), x $\mapsto$tan(x) ;**
- **dérivée de x $\mapsto$ f(ax+b).**

3.3 Application à l'étude du comportement local et global des fonctions

- **si f est dérivable sur un intervalle I et admet un maximum local (ou un minimum local) en un point a distinct des extrémités de I alors f '(a) = 0 ;**
- **si f est dérivable sur l'intervalle I et si la dérivée f ' est nulle sur I alors f est constante sur I ;**
- **si f est dérivable sur I et si f ' est positive sur I alors f est croissante sur I ;**
- **si f est dérivable sur l'intervalle [a,b], où a<b, et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a,b[$ alors f est strictement croissante sur [a,b] et, pour tout élément λ de [f(a),f(b)], l'équation f(x) = λ admet une solution et une seule dans [a,b] ;**
- **énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.**

Les élèves doivent :

- $f(a+h) = f(a) + h \cdot f'(a) + h\varepsilon(h)$ avec $\lim_{h \to 0} \varepsilon(h) = 0$;
- vitesse instantanée ;
  $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$;
- tangente au point d'abscisse a ;

- savoir déterminer la fonction dérivée des fonctions polynômes, rationnelles, des fonctions $x \mapsto \sin(ax+b)$, $x \mapsto \cos(ax+b)$, $x \mapsto \tan(ax+b)$, $x \mapsto \sqrt{ax+b}$;
- savoir exploiter les énoncés concernant les fonctions dérivées pour l'étude d'une fonction ou la résolution d'une équation.

3.1
Les développements limités ne sont pas au programme. Sur quelques exemples, on mettra en évidence le fait que les termes d'ordre supérieur à 1 (c'est-à-dire du type $h\varepsilon(h)$ où $\lim_{h \to 0} \varepsilon(h) = 0$) sont négligeables dans les calculs.
3.2
On admettra les règles de dérivation et l'expression des dérivées des fonctions sinus et cosinus. La notation différentielle peut être donnée en liaison avec d'autres matières mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible en mathématiques.
Sont hors programme :
- les notions de points anguleux et de tangente verticale
- la dérivation de la composée de deux fonctions dans le cas général.
3.3
On admettra les résultats indiqués.
A l'occasion du dernier point, on observera que f est une bijection de [a,b] sur [f(a), f(b)].

4 Travaux pratiques

4.1 Etude et représentation graphique

- **étude sur des exemples numériques de fonctions polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions du type $x \mapsto \sqrt{ax+b}$,**
  $x \mapsto \cos(ax+b)$; $x \mapsto \sin(ax+b)$, $x \mapsto \tan(ax+b)$,

4.2 Fonctions associées

- **exemples simples d'obtention de la représentation graphique de fonctions telles que $f+\lambda$, λf, $f(x+\lambda)$, $f(\lambda x)$, $|f|$ à partir de celle d'une fonction f.**

4.3 Exploitation de représentations graphiques

- **exemples de lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique ;**
- **exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$ ou d'inéquations $f(x) \leq \lambda$**

Les élèves doivent savoir :
- étudier et représenter les fonctions indiquées dans le programme : ensemble

de définition, ensemble d'étude, étude aux bornes de cet ensemble, variations, tracé
- vérifier qu'une courbe admet un centre (ou un axe) de symétrie ;
- vérifier sur des exemples simples qu'une droite donnée (D) d'équation y = ax + b est une asymptote ;
Les élèves doivent être capables d'exploiter une étude de fonction ou une représentation graphique lors de la résolution de problèmes.

On exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et de la technologie en marquant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.
On étudiera des fonctions de types variés mais on évitera tout exemple présentant des difficultés techniques.

4.1
Certaines situations peuvent impliquer l'étude de branches infinies ; on se bornera à des exemples très simples, et des indications sur la méthode à suivre doivent être fournies.
4.2
Tout exposé général est exclu. C'est à travers l'étude de quelques exemples que les idées pourront être mises en place.

4.3
L'exploitation d'une donnée graphique a un double intérêt : contrôler des résultats ; suggérer des propriétés, que l'on peut alors justifier si l'on dispose d'une étude de la fonction.

GEOMETRIE

1 Dans le plan

1.1 Rappel sur le calcul vectoriel
- **barycentre d'un système de deux, trois ou quatre points ;**
- **produit scalaire.**

Quelques activités permettront de consolider les acquis concernant les vecteurs du plan. On évitera les révisions systématiques. On rappellera le résultat suivant :
la projection orthogonale d'un vecteur $\vec{v}$ sur un axe muni d'un vecteur unitaire $\vec{u}$ est ($\vec{u}$, $\vec{v}$) $\vec{u}$; en particulier les coordonnées x et y de $\vec{v}$ dans une base orthonormée ($\vec{i}$, $\vec{j}$) sont x = $\vec{i} \bullet \vec{v}$ et y = $\vec{j} \bullet \vec{v}$.

1.2 Trigonométrie
- **formules d'addition des fonctions circulaires, formules de duplication, formules de linéarisation de $\cos^2 a$ et de $\sin^2 a$;**
- **équations et inéquations trigonométriques fondamentales ;**
- **relations métriques dans le triangle.**

Les élèves doivent savoir :
- résoudre des équations ou inéquations trigonométriques simples ;

- transformer l'expression a.cos(x) + b.sin(x) en utilisant un angle auxiliaire.

Les élèves doivent :
- connaître les relations métriques dans le triangle`
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \bullet \cos A$; $S = \frac{1}{2} bc \bullet \sin A$; $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$;
- savoir "résoudre" un triangle, c'est-à-dire calculer les éléments inconnus (angles ou côtés) à partir de certaines données (angles ou côtés).

Pour les angles orientés de vecteurs, il convient de s'appuyer sur les acquis de seconde.
Dans l'étude des triangles, il s'agit principalement de traiter quelques exemples de résolution ou de calculs de distances.
Aucune technicité particulière ne doit être demandée lors de la résolution d'équations ou d'inéquations trigonométriques.

1.3 Travaux pratiques

- **exemples de calculs de distances, d'angles et d'aires dans les configurations usuelles du plan.**

Pour les polygones réguliers, on se limitera à des cas simples tels que : triangle et hexagone, carré et octogone.

2 Dans l'espace

2.1 Calcul vectoriel

- **vecteurs : somme et produit par un nombre réel ;**
- **norme d'un vecteur, vecteurs orthogonaux, bases et repères orthonormés ;**
- **expression analytique du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormée.**

L'extension à l'espace des propriétés des vecteurs du plan se fera de façon intuitive.
On admettra l'extension à l'espace du produit scalaire et de ses propriétés.

2.2 Travaux pratiques

- **exemples de calculs de distances, d'aires et de volumes dans les configurations usuelles de l'espace ;**
- **exemples simples de recherche et de représentation de sections planes ;**
- **introduction du produit vectoriel : définition et propriétés élémentaires.**

Comme dans les classes antérieures, pour l'ensemble des activités sur les configurations de l'espace, les élèves doivent être entraînés à l'emploi de croquis perspectifs avec ponctuation, mais tout exposé sur la perspective cavalière est exclu.
En liaison avec l'enseignement technologique, on sera amené à définir le produit vectoriel mais aucune connaissance n'est exigible des élèves à ce sujet en mathématiques.